Systèmes Distribués : TD 2, Propagation d'Information avec Retour (PIR) dans un réseau quelconque

Alain Cournier Stéphane Devismes

Résumé

La propagation d'information avec retour (PIR) est un mécanisme de diffusion avec accusés de réception. C'est un outil de base en algorithmique distribuée, notamment pour calculer des infimums, faire de la prise d'instantanée, ou encore détecter la terminaison d'un autre algorithme.

1 Les hypothèses

— Processus et canaux asynchrones.
— Canaux étiquetés de 1 à δ_p pour tout processus p.
— Pas de faute.
— Topologie connexe avec au moins deux nœuds.
— Mono-initiateur

2 Le principe de l'algorithme

Dans cet algorithme, chaque processus va maintenir deux variables :

— Un pointeur de canal *Père*, initialisé à $\perp$. Sur le modèle de la circulation de jeton, l'initiateur devra fixer son pointeur à $\top$. Pour chaque suiveur, *Père* désignera l'arête incidente le reliant à son père dans l'arbre couvrant construit durant la première phase de l'algorithme (la phase de diffusion).

— Une variable *Cpt*, initialisée à 0. Ce compteur contiendra le nombre de messages reçus par le processus.

L'algorithme s'exécute en deux phases : la phase de diffusion et la phase de retour.

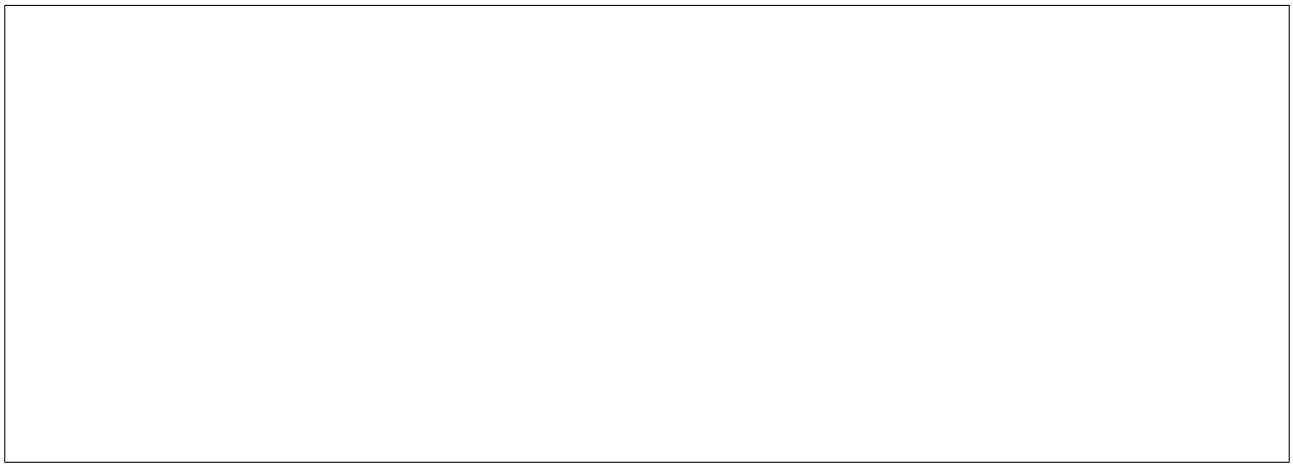
L'initiateur démarre la vague de PIR lorsqu'il a une donnée d à diffuser. Dans ce cas, il initie la diffusion en envoyant un message *Brd* contenant d à tous ses voisins.

Lorsqu'un processus p reçoit un message *Brd* de q, il incrémente son compteur. Ensuite, si p est un suiveur et qu'il s'agit de sa toute première réception, il affecte son pointeur *Père* à q et relaie le message à tous ses voisins sauf q. Enfin dans tous les cas, p teste s'il a terminé sa participation au PIR : si *Cpt* est supérieur ou égal à son degré δ_p. Dans ce cas, si p est l'initiateur, il décide, sinon il envoie un accusé réception *Ack* à son père (phase de retour).

Lorsqu'un processus p reçoit un message *Ack* de q, il incrémente son compteur. Puis, il teste s'il a terminé sa participation au PIR. Dans ce cas, si p est l'initiateur, il décide, sinon il envoie un accusé réception *Ack* à son père.

3 La spécification du PIR

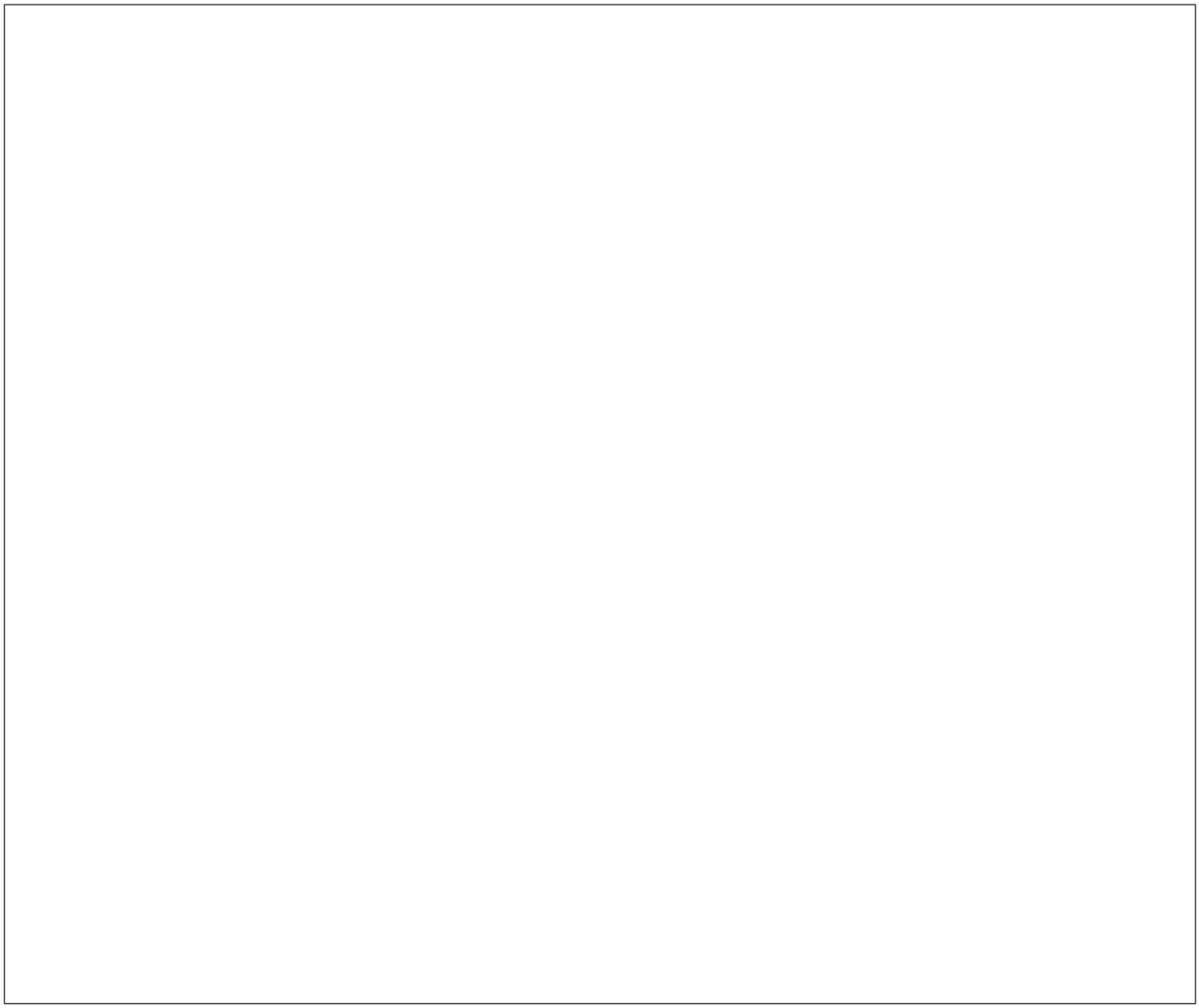
D'après vous, quelle est la spécification de cet algorithme à vague ?



4 L'algorithme

Écrivez le code de l'algorithme.

Algorithme 1 PIR de la donnée d pour tout processus p



5 La correction de l'algorithme

Question 1. Justifiez pourquoi tous les processus suiveurs reçoivent la donnée d.

D'après la question précédente, tous les processus suiveurs finissent par affecter définitivement leur variable *Père* à un numéro de canal. De plus, la variable *Père* de l'initiateur ne contient jamais un numéro de canal. Dans la suite, on dira que p *désigne* q *comme père* si la variable *Père* de p pointe le canal reliant p à q.

Soit $T = (V, E)$ un graphe orienté où V est l'ensemble des processus et E est l'ensemble des arêtes telles que $(p, q) \in E$ si et seulement si $p, q \in V$ et p finit par désigner q comme père. Tout d'abord, $|E| = n - 1$. Ensuite, pour tout processus p, il existe un chemin (orienté) dans T de p vers l'initiateur. D'où :

Lemme 2. *T est un arbre couvrant orienté enraciné à l'initiateur.*

Dans la suite, nous pourrons utiliser T dans le raisonnement.

Question 2. Prouvez que tout processus envoie au moins un message à chacun de ses voisins.

Question 3. Justifiez pourquoi l'initiateur finit par décider.

Question 4. Justifiez pourquoi tout processus suiveur accuse réception de d (Ack).

Question 5. Justifiez pourquoi l'exécution termine.

Question 6. Justifiez pourquoi au plus une décision est prise.

Question 7. Justifiez pourquoi la décision prise dépend causalement d'un accusé de réception de chaque processus.

D'après l'ensemble des réponses aux questions, vous pouvez conclure :

Théorème 1. *L'algorithme 1 résout la propagation d'information avec retour dans un réseau quelconque.*

Remarque 1. *Pour pouvoir répéter les vagues, il suffit de réinitialiser les variables après l'envoi de l'accusé de réception et après la décision.*

Remarque 2. *Pour faire du multi-initiateur, il faut dupliquer l'algorithme en n algorithmes (n étant le nombre de processus) et taguer les messages et variables avec les identités.*

6 La complexité de l'algorithme

Question 8. Donnez la complexité en nombre de messages de l'algorithme.

Question 9. Donnez la complexité en temps de l'algorithme.