Université de Picardie Jules Verne ***Année Universitaire : 2021-2022***
Licence de Physique, S4

Examen d'Electromagnétisme

Durée : 2h

Aucun document n'est autorisé.

Question de Cours

1) Un aimant se trouve posé à côté d'un anneau métallique. Y a-t-il induction ou non ? Argumentez.

2) Enoncer la loi de Lenz sur l'induction électrique.

3) Qu'appelle-t-on champ de déplacement de Maxwell ?

Problème

Dans le vide de constante diélectrique ε_o, de perméabilité μ_o et rapporté au référentiel orthonormé $R(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_y)$, les champs électrique $\vec{E}(E_x, E_y, E_z)$ et magnétique $\vec{B}(B_x, B_y, B_z)$ d'une onde électromagnétique plane en un point $M(x, y, z)$, ne dépendent que de la cote z et du temps t.

1.) Quelle est la direction de propagation de cette onde ?

2.) Rappeler les quatre équations de Maxwell régissant la propagation de cette onde.

3.) Etablir les équations de propagation de cette onde.

4.) Ecrire huit relations aux dérivées partielles liant les composantes des champs E et B. En déduire que les composantes E_z et B_z sont nulles.

5.) On admet que les champs E et B de cette onde sont liés par la relation matricielle :

$$\begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \end{bmatrix}$$

a.) Déterminer, en fonction de ε_o et μ_o, les quatre coefficients a_1, a_2, a_3, et a_4 de la matrice précédente qui lie les champs E et B.

b.) Calculer en fonction de ε_o et μ_o, le rapport des modules des champs E et B. Conclure.

5.) Etablir la relation $a_1 + a_2 = 0$, et en déduire que les champs E et B sont orthogonaux.

6.) L'onde plane en M est représentée par le champ magnétique, $\vec{B} = \vec{B}_0 e^{-i(\omega t - k.z)}$, avec k réel positif ou négatif et $\vec{B}_0 = B_0 \vec{u}_x$ un vecteur constant dirigé suivant $\vec{u}_x$.

a) A quoi correspond le coefficient k ? Le définir en fonction de ε_o, μ_o et ω.

b) Quelle est la longueur d'onde de cette onde ?

c) Quel est l'état de polarisation de cette onde ? Calculer le champ électrique E correspondant.

d) Définir le plan d'onde, le plan de polarisation et le plan de vibration de cette onde.

OUTILS MATHEMATIQUES S4

L2 S2 session 2 outils maths 2022

Le sujet constitue votre copie qui est à remettre en fin d'épreuve.

Nom : Prénom : n°étudiant :

Doc autorisé : une page manuscrite au format A4.

Calculatrice autorisée. Durée 1 heure

Soit le tenseur symétrique $\bar{\bar{T}}$ donnée par la matrice de ces composantes contravariantes dans une base.

$$\begin{matrix} 7 & -2 & -2 \\ -2 & 1 & 4 \\ -2 & 4 & 1 \end{matrix}$$

Exprimer l'équation caractéristique du tenseur **(seul le résultat est exigé)**

Écrire le tenseur diagonalisé du tenseur $\bar{\bar{T}}$ **(seul le résultat est exigé)**

Donner les trois directions propres de ce tenseur. **(seul le résultat est exigé)**

Contracter le tenseur symétrique $\bar{\bar{T}}$ par un vecteur de composantes covariantes $(1, 0, 1)$. **(seul le résultat est exigé)**

2021 2022

Seconde session

Outils mathématiques

L2S4

Calculatrices interdites

ATTENTION : La rédaction et la clarté des explications et des raisonnements entreront pour une part importante de la notation

Exercice : Séries de Fourier

On donne la fonction f 2π- périodique paire définie sur $[0;\pi]$ par $f(x) = 1 - \frac{2x}{\pi}$

1. Faire un dessin sur $[-5\pi, 5\pi]$
2. Démontrer de 2 façons différentes que cette fonction est développable en série de Fourier
3. Déterminer le développement de f en série de Fourier
4. En déduire les valeurs de : $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}$; $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^2}$; $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^4}$

Examen de Méthodes numériques

2ème session. Durée : 2h

Exercice 1 : Interpolation polynomiale

On donne les valeurs expérimentales suivantes, ci-après :

1. Donner une interpolation de ces valeurs à l'aide d'un polynôme d'ordre 4.
2. Donner la valeur que prendrait la mesure au point x=2.

x_i	-2	-1	1	4	6
$f(x_i)$	96	20	-3	186	1516

3. Tracer cette courbe dans le plan (xOy) quand $x\in[-5\ ;\ 10]$

Exercice 2 : Système linéaire

Soit à résoudre le système linéaire ci-contre par la méthode de Cramer :

$$\begin{cases} 2x+y-2z=-1 \\ x+y+z=7 \\ -x+2y+3z=-2 \end{cases}$$

a.) A Quelle condition ce système admet-il une solution unique ?
b.) Ecrire le script Matlab permettant de résoudre ce système.

Exercice 3 : Intégration numérique, erreur de troncature

Soit à écrire les développements de Taylor des fonctions suivantes :

a) e^{3x} ; b) cos(x) ; c) $\dfrac{1}{1-x}$; d) ln(1+x)

1- Ecrire ces développements jusqu'à l'ordre n=2.
2- Calculer leur valeur pour x=2 dans les cas a) et b) et x=0,5 dans les cas c) et d).
3- Ecrire ces développements jusqu'à l'ordre n=5.
4- Calculer leur valeur pour x=2 dans les cas a) et b) et x=0,5 dans les cas c) et d).
5- Quel développement se rapproche le plus, des valeurs exactes.
6- Par la méthode des trapèzes, calculer numériquement une valeur approchée de l'aire définie par :

$$\int_0^4 e^{x+5}\,dx$$

7- Comparer cette valeur à la valeur exacte et calculer l'erreur relative.

Exercice 4 : Equation Différentielle ordinaire

Soit l'équation différentielle suivante, décrivant le problème de Cauchy :

$y' = \phi(x,y) = -2x^2y$, où $x\in[0, 5]$, $y_0 = 5$ et y' est la dérivée de y par rapport à x.

1. Calculer la solution générale et exacte de cette équation différentielle.
2. Déterminer la constante d'intégration est K, à partir des contritions initiales.
3. Par la méthode de Euler, trouver les valeurs approchées correspondant à $y(i=2)$ et $y(i=3)$, avec un pas h = 0.02. On rappelle que $y(i=1)=y_0=5$.
4. Trouver le même résultat par la méthode de Runge.
5. Conclure.

Université de Picardie Jules Verne — *Année Universitaire: 2021-2022*

Licence de Physique, S4

Examen d'Electromagnétisme

Durée : 2h

Aucun document n'est autorisé

Question de Cours

1) Enoncer le théorème d'Ampère et dire comment il a été modifié par Maxwell.
2) Enoncer la loi de Lenz sur l'induction électrique.
3) Qu'appelle-t-on champ de déplacement de Maxwell ?

Problème 1

Une onde électromagnétique plane sinusoïdale de pulsation ω se propage dans le vide dans une direction quelconque $\vec{u}$ contenue dans le plan (xOy) et faisant l'angle θ avec $\overrightarrow{Ox}$. Le champ électrique $\vec{E}$ de cette onde plane, polarisée rectilignement suivant la direction $\overrightarrow{Oz}$ de vecteur unitaire $\overrightarrow{u_z}$ s'écrit en notation complexe au point $M\,(x.\ y,\ z)$ à l'instant t sous la forme :

$$\vec{E} = E_0 e^{j(\omega t - ax - by)}\vec{u}_z$$

On donne la perméabilité du vide $\mu_0 = 4\pi\times 10^{-7}$ SI et la célérité de la lumière dans le vide $c = 3.10^{8}\ ms^{-1}$

1) *a)* Établir l'équation de propagation du champ $\vec{E}$ *et* $\vec{B}$ *(associé)* dans le vide.
   b) En déduire la relation qui lie a, b, ω et c.
   c) Que représentent les coefficients a et b ? Déterminer en fonction des paramètres a et b, la Longueur d'onde λ et la direction de propagation θ de l'onde.

2) *a)* Exprimer le vecteur champ magnétique B de l'onde étudiée. Que peut-on dire des directions des champs $\vec{E}$ *et* $\vec{B}$ en chaque point ?
   b) Calculer l'impédance caractéristique du vide Z_0 définie par le rapport des amplitudes du champ $\vec{E}$ et de l'excitation magnétique $\vec{H}$.
   c) Montrer que $\vec{E}$ *et* $\vec{B}$ *sont en phase*

3) a) Déterminez les composantes du vecteur de Poynting $\vec{R}(x,y,z)$ et la valeur moyenne du module de $\vec{R}$ dans le temps, notée <R>.
   b) Calculer la valeur moyenne <u> dans le temps, de la densité volumique d'énergie électromagnétique, en fonction de E_0 et μ_0.

Problème 2

Deux circuits identiques, dont on néglige les résistances, sont couplés par inductance mutuelle. Les caractéristiques de ces circuits sont précisées sur la figure. On désigne par q_1 la charge emmagasinée dans le condensateur du circuit 1 et par q_2 celle emmagasinée dans le condensateur du circuit 2. La capacité de chaque condensateur est égale à C.

A l'instant $t \geq 0$, K est ouvert, $q_1 = Q_0 \neq 0$, $q_2 = 0$, $\frac{dq_1}{dt} = \frac{dq_2}{dt} = 0$
On ferme l'interrupteur à l'instant $t = 0$.

1) Ecrire les flux respectifs ϕ_1 et ϕ_2 en fonction de l'auto-induction L et du coefficient d'induction mutuelle M et des courants i_1 et i_2.

2) Rappeler les relations entre i_1 et q_1 et i_2 et q_2.

3) Ecrire la loi d'Ohm dans chacun des deux circuits en fonction de ϕ_j, e_j et q_j, l'indice j se référant au circuit 1 ou 2.

4) Etablir deux équations différentielles couplées pour i_1 et i_2.

5) Etablir ensuite deux équations différentielles couplées d'ordre 2 pour q_1 et q_2.

6) En posant $u = q_1 + q_2$ et $v = q_1 - q_2$, trouver deux équations différentielles pour u et v. En déduire leur pulsation propre ω_j en fonction de L, M et C et leur solution compte tenu des conditions initiales.

7) En déduire $q_1(t)$ et $q_2(t)$. Discuter le cas lorsque le couplage tend vers 0.

Rappel :

$$\cos a + \cos b = 2\cos(\frac{a+b}{2})\cos(\frac{a-b}{2})$$
$$\cos a - \cos b = -2\sin(\frac{a+b}{2})\sin(\frac{a-b}{2})$$

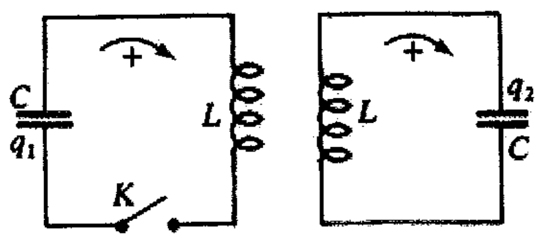


Schéma : Deux circuits en influence

L2 SPI
Physique

Examen d'électrostatique (juin 2022)
Licence 2ème année

Exercice I :

On considère une sphère pleine de centre O, de rayon R.

a) Calculer la charge Q portée par la sphère en fonction de ρ et R lorsqu'elle est entièrement chargée avec une densité volumique de charge constante ρ.

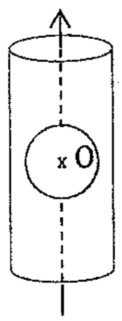
b) A l'aide de la symétrie du système considérée au a), vous déterminerez l'orientation de $\vec{E}$, les variables dont il dépend, puis son expression à l'aide du théorème de Gauss à l'intérieur et à l'extérieur de la sphère.

c) Si la sphère avait été faite d'un métal conducteur, comment aurait été répartie les charges et quelle aurait été l'expression du champ $\vec{E}$ à l'intérieur et à l'extérieur en fonction de Q (la calculer) ?

Exercice II :

Un cylindre creux, chargé en surface, d'axe Oz, de hauteur h infinie et de rayon R_1, contient une sphère pleine de centre O, de rayon R_2 et chargée avec une densité volumique de charge γ.

Le cylindre porte une charge Q_1 et la sphère porte une charge Q_2 .



1) Calculer la densité surfacique de charge du cylindre seul, en fonction de Q_1.

2) Calculer le champ $\vec{E}$ créé par l'ensemble cylindre+sphère en un point M à l'extérieur du cylindre en fonction de γ, σ, $\vec{e}_\rho$ (vecteur de base du système cylindrique//plan[Ox, Oy]) et $\vec{e}_r$ (vecteur de base du système sphérique//$\overrightarrow{OM}$).

Examen de Relativité. Amiens, mai 2022.

1) **Questions de cours** (±10 lignes/question + dessins et équations si nécessaire). 5 pts.

a- Quel est le sens du mot « relativité » dans la théorie d'Einstein.
b- Principes de relativité, faible et fort.
c- Relativité de la simultanéité.
d- Comment un photon nous voit-il ? (avec explications)
e- Démonstration de la loi de dilatation des durées.
f- Qu'est-ce qu'un tenseur d'ordre n ?
g- Démonstration de l'invariance de $\overline{AB}^2$.
h- Définition du temps.

2) Démontrez les **transformations de Lorentz**. 2 pts.

Je veux sentir que vous avez compris la démonstration. Une simple répétition des calculs du cours sans explications ne suffira pas !

3) **Jumeaux de Langevin.** 5pts.

A leur naissance sur la terre les deux jumeaux O et O' mettent leurs montres à zéro et O' part à la vitesse v vers une étoile fixe / terre située à la distance d mesurée par O.

a- Quelle est la distance d' terre/étoile mesurée par O' ?
b- Quelle est la durée T de trajet A/R mesuré par O (en fonction de d et v)
c- Quelle est la Quelle est la T' durée de trajet A/R mesuré par O (en fonction de d et v)
d- Déterminez d et v en fonction de T et T'.
e- Calculez T et T' pour v = 90%c et d = 1 AL.
f- Calculez d et v pour T = 10 ans et T' = 8 ans.

4) **Fusées.**

Deux étoiles fixes l'une par rapport à l'autre sont à une distance de 10AL (mesurée par elles-mêmes). Un observateur O est fixe au milieu des deux étoiles. Des fusées O1 et O2 décollent simultanément (au point de vue de O) à partir de ces étoiles et se dirigent l'une vers l'autre. Elles mettent leurs montres aux décollages. La vitesse de O1 est v1 et celle de O2 est v2, mesurées par O.

a- Faites un diagramme d'espace-temps pour O, puis pour O1.
b- Quelle est la vitesse de O1/O2, et celle de O2/O1 ?
c- Trouvez les coordonnées, au point de vue de O, du point de croisement.
d- Quelles est la durée du voyage (depuis le décollage jusqu'au croisement) de O1 mesuré par lui-même ?
e- Quelle est la durée du voyage de O1 mesurée par O et mesurée par O2 ?

5) **Tenseurs.**

Dans un espace-temps à deux dimensions, un observateur O est associé au système de cordonnées t,x. O' au système t',x'. O et O' mettent leurs montres à zéro quand ils se croisent. La vitesse de O'/O est v.

a- Un quadrivecteur $\bar{u}$ a pour composantes $\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$ pour O. Calculez ses composantes pour O'.

b- Un quadrivecteur $\bar{w}$ a pour composantes $\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ pour O. Calculez ses composantes pour O'.

c- Calculez $\bar{u}.\bar{w}$ pour O, puis pour O'. Conclusion.

d- Un tenseur d'ordre 2 contravariant T^{ij} a pour composantes : $\begin{pmatrix}1 & 1\\1 & 1\end{pmatrix}$ pour O. Calculez ses composantes pour O'. Calculez $T^i{}_i$ pour O et pour O'.

Evaluation d'Electrotechnique du 16 juin 2022
Durée : 1h30
Tous documents papiers autorisés

Exercice 1 : Mesure de puissance en triphasé équilibré (7 points)

Un moteur triphasé (équilibré par construction) est alimenté par le réseau 230V/400V 50Hz .On mesure la puissance absorbée par la méthode des 2 wattmètres, on relève :
W_1 = 4800W et W_2 = 1500W.

1. Donner le schéma du montage et **justifier sa validité**,

2. Calculer les puissances active, réactive, apparente consommées par le moteur. En déduire la valeur des courants de ligne et le facteur de puissance.

3. On se propose de relever le facteur de puissance à 0.9.
- Pourquoi relever le facteur de puissance ?
- Quel montage proposez-vous ?
- Calculer la valeur des éléments nécessaires en précisant le couplage choisi pour ceux-ci.
- Quelle est alors la nouvelle valeur des courants de ligne ?

Exercice 2 : Calcul du nombre de spires nécessaire pour réaliser un transformateur monophasé

On veut réaliser un transformateur monophasé 10000V / 230V. La section du circuit magnétique sera de 1dm². L'induction maximale dans le circuit magnétique ne doit pas dépasser 1,5 T.

1 - Calculer les nombres de spires primaire et secondaire si la fréquence est de 50Hz.

2 - Recalculer le nombre de spires si la fréquence d'utilisation est de 60 Hz au lieu de 50 Hz.

3 - Que se passe-t-il si l'on alimente transformateur du 1 - à 60Hz ?

4 - Que se passe-t-il si l'on alimente transformateur du 2 - à 50Hz ?

Exercice 3 : Transformateur <u>TRIPHASE</u> (ne pas oublier qu'il y a trois phases)

Les caractéristiques d'un transformateur Dy11 sont les suivantes :

Puissance apparente : 50kVA
Tensions : 20kV/400V
Fréquence de fonctionnement : 50Hz
tension de court-circuit : 5%
tension à vide : 410V
courant à vide : 1%
Pertes à vide : 210W
Pertes dues à la charge : 1250W

1 - Rappeler l'hypothèse qui va être faite concernant le couplage du transformateur pour constituer le schéma monophasé équivalent du transformateur.

2 - Calculer le rapport de transformation externe M ainsi que la valeur des courants nominaux primaires I_{1n} et secondaires I_{2n}.

3 - En déduire la valeur du courant à vide I_{10} et calculer la puissance réactive à vide Q_{10}.

4 - De la valeur de la tension de court-circuit, calculer la valeur de l'impédance série Z_S du schéma monophasé équivalent.

5 - De la valeur des pertes dues à la charge, calculer la valeur de la résistance série R_S du schéma monophasé équivalent. En déduire alors la valeur de X_S.

6 - Pour récepteur de facteur de puissance 0.8AV consommant le courant secondaire nominal, calculer la tension secondaire à ses bornes U_2.