

Introduction à la robotique

Deuxième session – Epreuve écrite
Sans document, calculatrice autorisée – Durée : 2h00

Exercice 1 (4 points) : Généralités

1. Pour les deux affirmations suivantes, précisez si elles sont correctes et corrigez celles qui sont fausses :
 - a) Sur un robot unicycle, il suffit d'un encodeur sur la roue gauche ou droite pour estimer sa position par odométrie.
 - b) Un télémètre à infrarouge permet de mesurer des distances dans un environnement composé de murs transparents.
2. Nous disposons d'un encodeur optique dont la résolution angulaire est $0,5^\circ/\text{incrément}$. Combien y a-t-il d'incrément sur cet encodeur ?
3. Qu'est-ce qu'une pose articulaire pour un robot industriel anthropomorphe ? Quelle est la différence avec une pose cartésienne ?
4. Nous connaissons les changements de repère ${}^A M_B$, ${}^D M_C$ et ${}^A M_D$, qui permettent de lier les repères F_A , F_B , F_C et F_D . Expliquez comment déduire le changement de repère ${}^C M_B$.

Note : vous pouvez faire des schémas pour illustrer vos réponses. Pensez à rédiger vos réponses.

Exercice 2 (6 points) : Robotique mobile

Un robot unicycle dont les roues sont équipées d'encodeurs se déplace dans une arène sans relief. La moitié de la largeur de son essieu vaut 150mm. Le rayon des roues vaut 45mm. Nous relevons le nombre d'incrément comptés par les encodeurs avant chaque changement de vitesse de déplacement. Nous supposons que les vitesses sont instantanément atteintes pour simplifier l'exercice. Aucun glissement n'est à prendre en compte.

Avant le premier déplacement, les encodeurs sont à zéro. Après chaque mesure, les encodeurs sont remis à zéro. Une valeur positive indique un mouvement de la roue vers l'avant du robot. Une valeur négative indique un mouvement de la roue vers l'arrière du robot.

Nous disposons des mesures suivantes :

Déplacement	Encodeur gauche	Encodeur droit
A	100	100
B	50	-50
C	-100	-100

Pouvons-nous calculer la pose finale en additionnant toutes les mesures des encodeurs ? Si non, expliquez comment faire. Dans les deux cas, calculez la pose finale.

Note : vous pouvez faire des schémas pour illustrer votre réponse. Pensez à rédiger votre réponse.

Quelques éléments qui pourront vous aider :

$$v = \frac{v_d + v_g}{2}$$
$$\omega = \frac{-r(\dot{\varphi}_d + \dot{\varphi}_g)}{2L}$$

avec les notations suivantes :

- v : vitesse longitudinale du robot
- ω : vitesse de rotation du robot autour de son centre instantané de rotation (CIR)
- v_d et v_g : vitesses longitudinales des roues droite et gauche, définies par $v_d = -r \dot{\varphi}_d$ et $v_g = r \dot{\varphi}_g$
- $\dot{\varphi}_d$ et $\dot{\varphi}_g$: vitesse de roulement des roues droite et gauche, respectivement
- r : rayon des roues
- L : moitié de la largeur de l'essieu

Remarque : les vitesses de roulement des roues sont signées et orientées par un repère local direct centré sur chaque roue, dont l'abscisse est pointée vers l'avant du robot pour la roue de droite, et vers l'arrière du robot pour la roue de gauche.

Exercice 3 (2 points) : Robotique mobile

Un robot mobile se déplace de deux manières différentes et indépendantes. Pouvons-nous calculer la pose finale pour chacune des deux situations suivantes ? Si oui, expliquez comment faire et calculer la pose finale. Si non, expliquez ce qu'il faudrait changer pour parvenir à calculer la pose finale.

Nous considérons la pose initiale $[0, 0, 0^\circ]$ avant chacun des deux déplacements.

- Le robot avance de 100mm puis tourne sur lui-même dans le sens horaire de 45° . Finalement, il recule de 200mm.
- Le robot avance en ligne droite pendant 10s à la vitesse de 10mm/s. Il tourne ensuite sur lui-même dans le sens anti-horaire pendant 5s à la vitesse de $9^\circ/s$. Finalement, il avance pendant pendant 5s à la vitesse de 10mm/s.

Note : pensez à rédiger vos réponses.

Exercice 4 (8 points) : Etude d'une application d'insertion de tourillon

Une cellule robotisée a pour objectif d'insérer des tourillons en bois dans des trous pré-perçés dans des plaques de bois. Les plaques ont toujours la même épaisseur. Leur largeur et leur hauteur varient et ne sont pas connues à l'avance. Le nombre de trous et leur position dans le plan de la plaque ne sont pas connues à l'avance. Le positionnement de la plaque sur le plan de travail varie.

Une caméra industrielle est placée au dessus de la zone d'accueil de la plaque. Son axe optique est perpendiculaire au plan de travail. Elle détecte les dimensions, la position et l'orientation de la plaque ainsi que le nombre et la position des trous pré-perçés. Elle communique avec le robot industriel de la cellule via un bus de terrain.

Le robot industriel est un robot anthropomorphe équipé d'un outil adapté qui comporte un chargeur de tourillons et une pince prévue pour insérer et libérer le tourillon dans une plaque (cela veut dire qu'il n'y a pas besoin de ramasser le tourillon avant de l'insérer dans une plaque !).

Lorsqu'une plaque est présentée sur le plan de travail parallèle au plan de fixation du robot, les étapes suivantes sont réalisées dans cet ordre :

- a) Détection des dimensions, de la position et de l'orientation de la plaque par la caméra industrielle dans le repère de la plaque

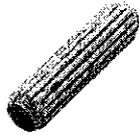


Figure 1: Tourillon en bois

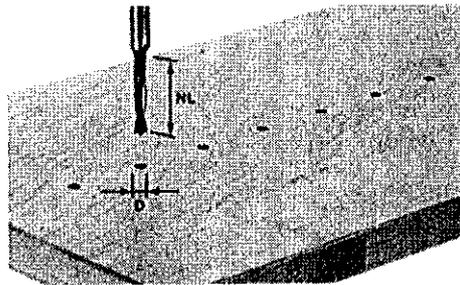


Figure 2: Plaque pré-percée

- b) Insertion des tourillons dans les trous pré-percés

Vos réponses doivent être rédigées. Vous pouvez les accompagner d'un ou plusieurs schémas pour illustrer et faciliter la compréhension.

Questions

1. Identifiez et nommez tous les repères nécessaires à cette application.
2. Quels changements de repère sont à estimer ?
3. Identifiez et nommez toutes les poses outil nécessaires à cette application.
4. Y a-t-il des poses autour desquelles il est possible d'activer le lissage ? Si oui, lesquelles ?
5. Proposez une implémentation de l'application d'insertion de tourillons (sous la forme de pseudo-code ou d'un synoptique détaillé).

EXAMEN DE TECHNIQUES NUMERIQUES DE CALCUL S5

Session 2

Giansalvo Cirrincione

Durée 2 heures, sans doc

1. Trouver la transformée de Fourier inverse de la fonction suivante :

$$V(\omega) = \pi \delta(\omega - \omega_0) + \pi \delta(\omega + \omega_0)$$

(δ est la fonction de Dirac)

2. Décrire les deux méthodes d'estimation de la densité spectrale de puissance d'un signal de puissance périodique.

3. Trouver la transformée de Laplace inverse de la fonction suivante :

$$V(s) = \frac{7s + 23}{s^2 + 7s + 10}$$

pour les trois ROC possibles.

UE « Enjeux énergétiques » - Examen, 2nde session, juin 2022

Tous documents et calculatrice interdits. Durée : 2h. Le barème est à titre indicatif.

I – ENJEUX DES ENERGIES RENOUVELABLES (10 pts)

Exercice 1 (4 points)

L'eau chaude de certains foyers est ainsi obtenue en utilisant des panneaux thermiques solaires.

1) Expliquer les différences entre un panneau thermique solaire et un panneau photovoltaïque : a) mécanismes de production d'énergie b) formes d'énergie récupérées

2) Schématiser les transferts et conversions d'énergie dans un panneau thermique solaire : entrée et sorties d'énergie.

3) Le débit du fluide caloporteur (ici, l'eau) circulant à l'intérieur des tuyaux est $D = 50$ l/h.

L'eau entre à la température $\theta = 18$ °C et sort à la température $\theta = 54$ °C.

Calculer l'énergie reçue par l'eau pendant une durée d'une heure.

En déduire la puissance fournie par le panneau.

Rappel : Capacité calorifique de l'eau : 4,21 J/gK

4) Le panneau thermique solaire a pour surface $S=2,6$ m². Calculer le rendement de ce panneau pour une puissance lumineuse reçue de 1000 W/m².

Exercice 2 (3 points)

Le tableau résume le "mix" énergétique de la production d'électricité en France ainsi que le rendement de chaque solution.

Type d'énergie	Rendement (%)	Part de la production (%)
Nucléaire	33	75
Energies renouvelables	100	15
Energies fossiles	38	10

Estimer le facteur de conversion pour calculer l'énergie primaire nécessaire à la production de l'énergie électrique finale. Les pertes de transport (haute, moyenne, basse tension) sont évaluées à 10%.

Questions de cours (3points)

1) Citer trois sources d'énergies renouvelables autres que l'éolienne, photovoltaïque et hydraulique.

2) Dans la production de l'énergie électrique que signifient les termes :

a) taux de couverture b) facteur de charge

3) Dans la production de l'énergie électrique française en 2019 quelle était la part approximative des énergies renouvelables (incluant l'hydraulique) :

a) autour de 20% b) autour de 10% c) autour de 35% d) plus de 50% e) on ne peut pas savoir à cause des aléas météorologiques f) aucune des réponses a)-e) n'est correcte

II – ENJEUX DE LA FILIÈRE NUCLÉAIRE : (5 pts)

1. Réaliser un schéma dans lequel figureront les parties essentielles d'une centrale nucléaire de production d'électricité de type Réacteur à eau pressurisée.
2. Citez 3 techniques différentes d'enrichissement de l'uranium, en en faisant pour chacune une courte description.
3. Donner 3 avantages et 3 inconvénients de la filière nucléaire vis-à-vis des autres sources de production d'électricité
4. Indiquer quels sont les 5 niveaux de défense en profondeur que doivent mettre en place les concepteurs et exploitants de centrales nucléaires (3 sur la conception, 2 en cas d'accident).
5. Donner quelques usages possibles (actuels ou à venir) de l'énergie nucléaire autres que la production d'électricité ou de bombes.

III – QUESTION DE SYNTHÈSE (5 pts) :

A la lecture de l'article suivant du journal Libération du 8 juin 2022, proposer des éléments de solution pour parvenir à passer le parc automobile français au 100 % électrique. On pourra considérer les hypothèses suivantes : 32 millions de véhicules à l'horizon 2035, consommant 15 kWh/km et roulant en moyenne 15 000 km/an.

Le Parlement européen vote l'interdiction de la vente des véhicules thermiques neufs en 2035

Les eurodéputés ont voté ce mercredi en faveur de la fin de la commercialisation des voitures particulières et des véhicules utilitaires légers essence, diesel et hybrides neufs en 2035, afin d'atteindre la neutralité carbone en 2050. Un texte qui suscite la défiance des constructeurs automobiles.

C'était un texte majeur du Green Deal. Le Parlement européen a adopté ce mercredi en séance plénière le texte prévoyant l'interdiction de la vente de véhicules thermiques (essence, diesel et hybride) en 2035, n'autorisant de facto que la commercialisation de véhicules électriques.

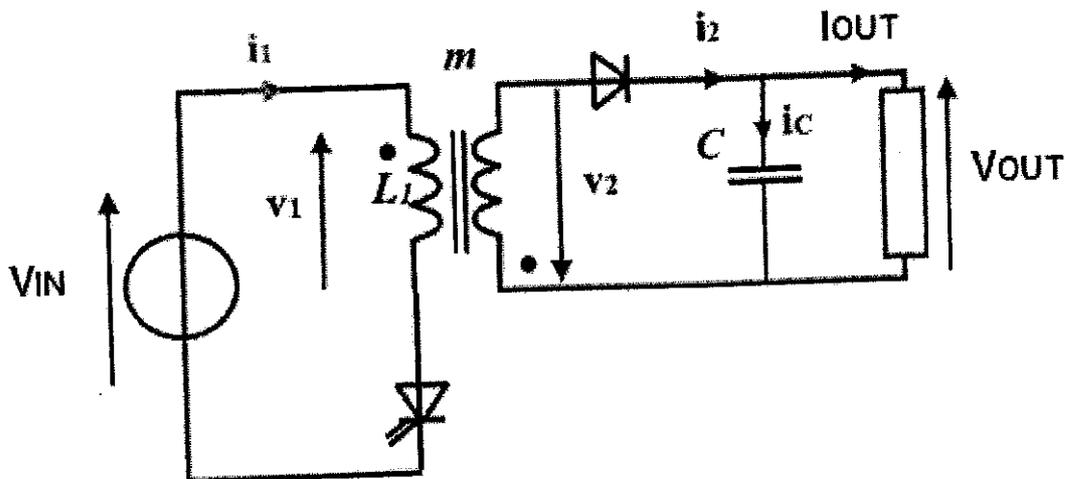
(...)

D'ici 2035, les constructeurs automobiles auront l'obligation de mettre sur le marché uniquement des véhicules dit zéro émission, comme des véhicules à hydrogène mais surtout des véhicules 100% électriques, jugés plus propres sur l'ensemble du cycle de vie que les véhicules avec un moteur thermique (de l'extraction des matières premières à sa fin de vie). Selon le Parlement européen, les transports sont responsables de près de 30% des émissions totales de CO₂ de l'Union européenne. 72% proviennent du transport routier – voitures personnelles en tête avec 60% du total.

Examen de conversion d'énergie du 21 juin 2022
1h30 – Tous documents autorisés

Exercice 1 : Structure de conversion à découpage Flyback

Structure étudiée :



Données :

- $V_{IN} = 300 \text{ V}$ et $V_{OUT} = 5 \text{ V}$ (supposée lissée et régulée),
- Courant maximal de sortie : $I_{OUT} = 0,5 \text{ A}$,
- Fréquence de découpage nominale (supposée fixe) : $f = 40 \text{ kHz}$,
- Rapport cyclique α , valeur nominale : $0,5$.

Hypothèses principales :

- Effets négligeables de toutes les pertes sur toutes les formes d'ondes.
- Fonctionnement à la limite des régimes continu et discontinu (donc équations du régime continu valables).

Notations :

- Celles indiquées sur la figure ci-dessus
- L_1 inductance propre vue du primaire (valeur non fournie dans l'énoncé)
- m = rapport de transformation (valeur non fournie dans l'énoncé)

1 - Prédimensionnement du composant magnétique

1.1 - Formes d'onde à la limite des régimes continu et discontinu

Tracer, avec un rapport cyclique de $0,5$ (qualitativement en amplitude, mais en indiquant les valeurs de temps) :

- Les tensions v_1 et v_2 (relativement à V_{IN} , V_{OUT} et m),
- Les courants i_1 et i_2 (en notant I_{1M} et I_{2M} leur valeur maximale respective).

Département EEA

1.2 - Rapport de transformation

Rappeler la fonction de transfert V_s/V_e d'un montage Flyback fonctionnant en régime de conduction continue en fonction de m et α .

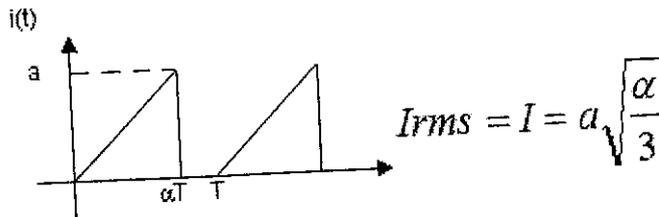
Déterminer alors le rapport de transformation **pour obtenir une tension de sortie de 6 V** (permettant de considérer des chutes de tension par rapport à la tension souhaitée de 5 V) dans les conditions précédemment précisées.

1.3 - Energie à stocker

En supposant que toute l'énergie stockée dans le composant magnétique est transférée à chaque cycle (fonctionnement à la limite des régimes continu et discontinu), déterminer la valeur de l'énergie inductive maximale E_{Max} à stocker pour obtenir une puissance convertie de 3.5 W. Calculer la valeur de l'inductance L_1 correspondante.

1.4 - Courants primaire et secondaire

Déterminer les valeurs crêtes et efficaces des courants primaire et secondaire. Pour ne pas perdre de temps en calcul, on donne l'expression de la valeur efficace d'un signal triangulaire :



2 - Contraintes sur les semi-conducteurs de puissance

2.1 - Transistor

Sur la base des conditions précédemment énoncées (notamment, tension de sortie de 6 V), déterminer la valeur maximale de la tension appliquée aux bornes du transistor ainsi que la valeur efficace du courant qui le traverse.

2.2 - Diode

Déterminer la valeur maximale de la tension appliquée aux bornes de la diode ainsi que les valeurs moyenne et efficace du courant qui la traverse.

Exercice 2 : Dissipateur pour transistor de puissance

On prévoit de faire fonctionner à une température ambiante T_a de 40°C , un transistor de puissance de type BDY12 qui dissipe une puissance $P = 7\text{W}$.

Les caractéristiques du transistor BDY12 sont données en annexes et en particulier ses caractéristiques thermiques.

1 - Dessiner le schéma thermique du transistor utilisé seul et montrer que l'installation du transistor sur un refroidisseur est indispensable.

2 - Le boîtier du transistor est maintenant fixé sur un dissipateur de résistance thermique $R_{th}(r)$ avec **une rondelle de mica graissée $R_{th}(m)$** pour isoler électriquement le collecteur (relié au boîtier) de la masse (qui correspond au dissipateur). Dessiner le schéma thermique du montage.

3 - Calculer la valeur maximale que doit avoir la résistance thermique $R_{th\ max}(r)$ du dissipateur pour qu'à la puissance prévue, la température de jonction ne dépasse pas **125°C**

4 - Quelle serait, dans ces conditions, la température du dissipateur ?

25C D ■ 8235605 0004433 T ■ SIEG J-33-09

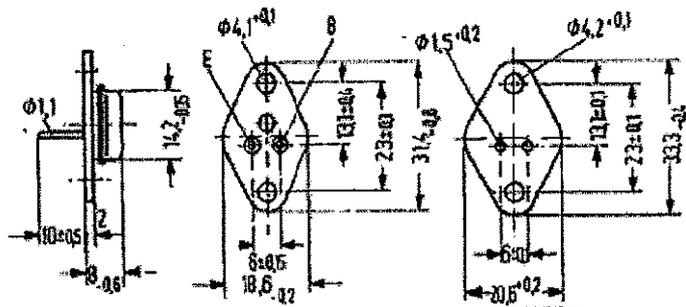
NPN Silicon Planar Transistors

BDW 25
BDY 12
BDY 13

SIEMENS AKTIENGESELLSCHAFT 433

BDW 25, BDY 12, and BDY 13 are epitaxial NPN silicon planar power transistors in SOT 9 case (9 A 2 DIN 41875). The collector is electrically connected to the case. In order to ensure insulated fixing of the transistors on the chassis, a mica washer, each, and two insulating nipples are provided for. These have to be ordered separately. The transistors are particularly suitable for use in high Q AF output stages and as switches.

Type	Ordering code
BDW 25	Q62702-D378
BDW 25-4	Q62702-D378-V4
BDW 25-6	Q62702-D378-V2
BDW 25-10	Q62702-D378-V1
BDY 12	Q60204-Y12
BDY 12-6	Q60204-Y12-B
BDY 12-10	Q60204-Y12-C
BDY 12-16	Q60204-Y12-D
BDY 13	Q60204-Y13
BDY 13-6	Q60204-Y13-B
BDY 13-10	Q60204-Y13-C
BDY 13-16	Q60204-Y13-D
Mica washer	Q62901-B18-A
Insulating nipple	Q62901-B13-C



Approx. weight 8.3 g Dimensions in mm

Mica washer
dry: $R_{th} = 2.6 \text{ K/W}$
greased: $R_{th} = 1 \text{ K/W}$

Maximum ratings

- Collector emitter voltage
- Collector-base voltage
- Emitter-base voltage
- Collector current
- Emitter current
- Emitter peak current¹⁾
- Base current
- Base peak current¹⁾
- Junction temperature
- Storage temperature range
- Total power dissipation
($T_{cso} = 45 \text{ °C}; V_{CE} < 13 \text{ V}$)

	BDW 25	BDY 12	BDY 13	
V_{CEO}	125	40	60	V
V_{CBO}	130	60	80	V
V_{EBO}	5	5	5	V
I_C	5	5	5	A
I_E	3.5	-	-	A
I_{EM}	6	-	-	A
I_B	0.5	0.3	0.3	A
I_{BM}	1	-	-	A
T_j	175	175	175	°C
T_{stg}		-65 to +125		°C
P_{tot}	26	26	26	W
R_{thJA}	≤85	≤85	≤85	K/W
R_{thJC}	≤5	≤5	≤5	K/W

Thermal resistance

- Junction to ambient air
- Junction to case

¹⁾ $v \geq 10 \text{ tp}; t_p \leq 10 \text{ ns}$

EXAMEN DE FIN DE COURS DE MATHÉMATIQUES 2023-2024

Optimisation

Durée : 1h30

1. Expliquez la méthode du gradient pour la programmation non linéaire sans contraintes.
2. Trouvez, avec l'algorithme du simplexe, la solution du problème d'optimisation linéaire suivant

$$\min_x z = x_1 - 2x_2$$

soumis à

$$x_1 + x_2 \leq 4$$

$$-x_1 + x_2 \leq 3$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

3. Considérez le problème d'optimisation suivant

$$\max_x f(x) = x_1^2 - x_2$$

soumis à

$$x_1^2 - x_2^2 = 1$$

- a. Trouvez tous les points qui satisfont la condition KKT à l'aide des multiplicateurs de Lagrange.
- b. Utilisez la méthode d'élimination des variables pour résoudre le problème. Comparez les solutions obtenues par la méthode d'élimination des variables avec celles obtenues à la question précédente.

Examen « **automatisme** » (seconde session) - Durée : 2h00
23 juin 2022
Responsable : M. Pagès Olivier

Sans documents, sans portable

Exercice

La figure 1 représente un système de tri d'objets. Ces objets sont sélectionnés par leur masse. Les objets classés lourds sont détectés par les tapis $T1$ et $T2$ en déclenchant les contacts L_1 et L_2 . Lorsqu'un objet lourd est détecté, le tapis doit être immédiatement arrêté et la grue au repos en contact sur le fin de course F vient chercher l'objet et le dépose sur le tapis B (commande GR_1 ou GR_2 représentant globalement les opérations élémentaires : montée grue, rotation, descente, ouverture pince, fermeture pince ...). Le retour de la grue au repos est détecté par F .

Les objets injectés sur $T1$ et $T2$ le sont indépendamment, donc l'ordre de déclenchement de L_1 et L_2 est imprévisible. M_1 et M_2 sont les commandes de marche de $T1$ et $T2$ respectivement.

1. Faire la synthèse d'un seul grafcet représentant le fonctionnement de ce système automatisé. Vous indiquerez les conditions initiales et les séquences utilisées dans votre grafcet. Vous vous attacherez à résoudre les conflits qui peuvent intervenir lorsque L_1 et L_2 sont déclenchés simultanément.

On connecte maintenant, comme cela est montré sur la figure 2, des systèmes de récupération des objets légers lorsqu'ils apparaissent en bout des tapis $T1$ et $T2$. La figure 3 précise les signaux supplémentaires introduits. DO_1 et DO_2 indiquent la présence d'objets en bout de $T1$ et $T2$. FCG_1 et FCD_1 sont des fins de course du chariot 1 et FCG_1 est destiné à récupérer les objets en bout de $T1$. G_1 et D_1 sont les ordres de déplacement du chariot 1 (on a FCG_2 , FCD_2 , G_2 et D_2 pour le chariot 2 placé en bout de $T2$). Le nombre maximal d'objets que l'on peut placer dans un chariot est N .

Lorsqu'un objet est présent en bout de $T1$, $T1$ doit être arrêté. Si le chariot 1 est prêt à accueillir l'objet ($FCG_1=1$), le tapis est relancé pendant deux secondes (temps nécessaire pour transférer l'objet dans le chariot). Lorsque N objets sont dans le chariot, celui-ci doit être ramené en FCD_1 où le déchargement a lieu (cette dernière opération peut être effectuée manuellement en lançant une temporisation dont la durée est à choisir à votre convenance). Si, pendant l'intervalle de temps où le tapis est relancé pour évacuer l'objet dans le chariot, un objet lourd est détecté, il faut absolument arrêter le tapis pour que la grue saisisse l'objet lourd puis revenir faire la manœuvre de dégagement. Le même fonctionnement a lieu du côté de $T2$; il n'est donc pas volontairement détaillé. Le comptage s'effectuera en introduisant les variables internes n_1 et n_2 .

2. Effectuer une modélisation de l'ensemble du système automatisé en utilisant un Grafcet pour la commande des deux tapis et de la grue et un Grafcet par chariot (soit **trois Grafcets au total**) sans utiliser de variables autres que les signaux et les variables internes indiqués. Vous préciserez les conditions initiales et les séquences utilisées dans votre grafcet.

Remarques :

- Les grafcets ne doivent présenter aucun conflit.
- Les grafcets doivent être lisibles (en utilisant différentes couleurs si besoin est).

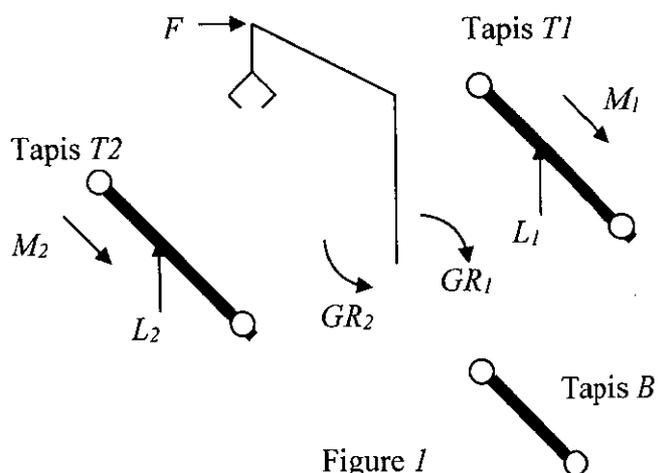


Figure 1

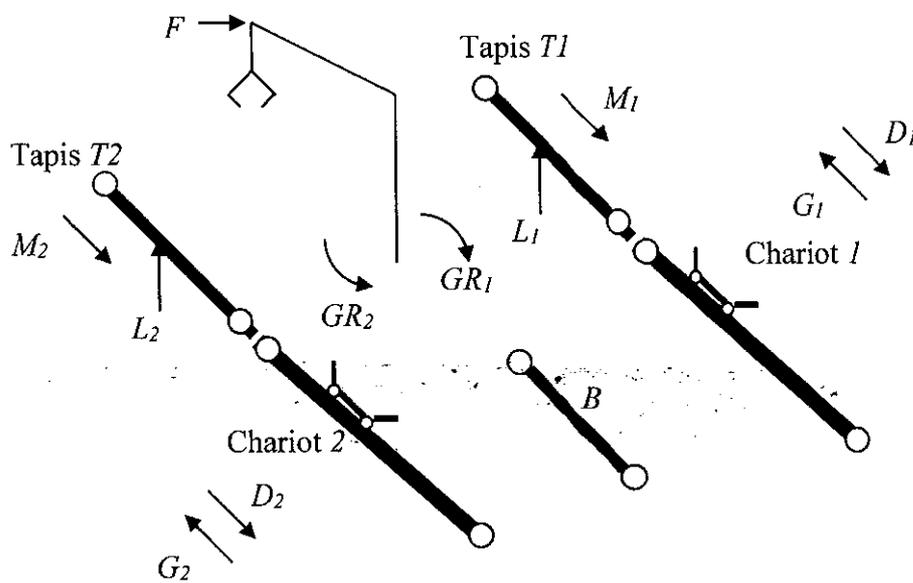


Figure 2

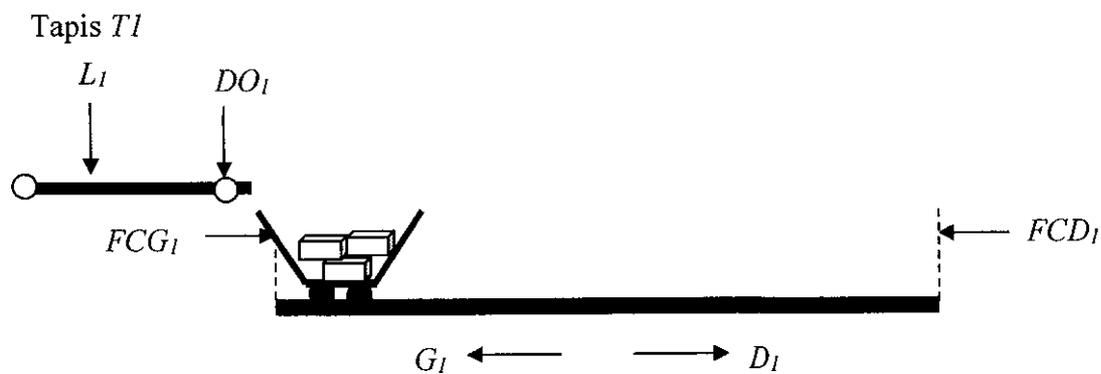


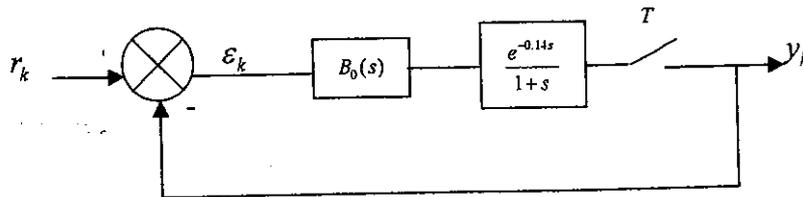
Figure 3

Examen « commande numérique » (seconde session) – Durée : 2h00
23 Juin 2022
Responsable : M. Pagès Olivier

Sans documents, sans portable, calculatrice autorisée.

Exercice 1 (8 points)

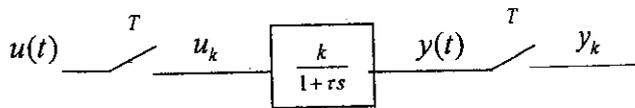
Soit le procédé échantillonné en boucle fermée représenté par le schéma-bloc suivant :



1. Calculer la fonction de transfert échantillonnée de ce système en boucle fermée pour une période d'échantillonnage : $T = 0.10s$. Préciser les étapes intermédiaires et bien justifier les calculs.

Exercice 2 (3 points)

Soit le système à temps discret :

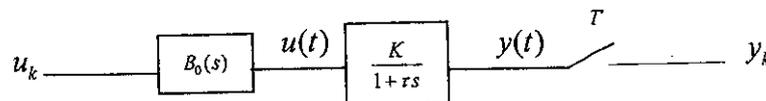


Le système est échantillonné avec une période T . On note : $D = e^{-\frac{T}{\tau}}$, $k > 0$ et $y(0) = 0$;

1. Calculer $y(t)$ (signal analogique) pour un signal d'entrée de type échelon : $u(t) = u_0 \Gamma(t)$;
2. Donner l'allure de la courbe représentative de $y(t)$.

Exercice 3 (3 points)

Soit le procédé échantillonné suivant :



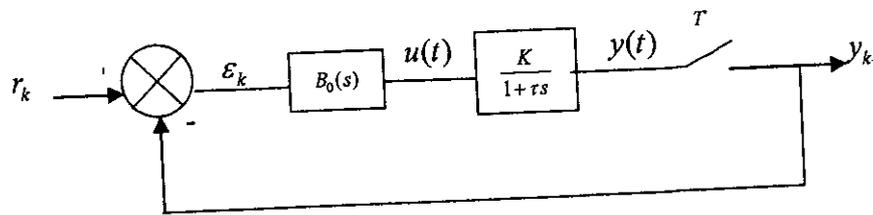
$B_0(s)$ est un bloqueur d'ordre zéro et le système est échantillonné avec la période T .

On note : $D = e^{-\frac{T}{\tau}}$, $K > 0$ et $y(0) = 0$.

1. Calculer $y(t)$ (signal analogique) pour un signal d'entrée de type rampe : $u_k = kT$.
Donner l'allure de la courbe représentative de $y(t)$.

Exercice 4 (6 points)

Soit le procédé échantillonné en boucle fermée suivant :



$B_0(s)$ est un bloqueur d'ordre zéro et le système est échantillonné avec la période T .

On note : $D = e^{-\frac{T}{\tau}}$, $K > 0$ et $y(0) = 0$.

1. Calculer $y(t)$ (signal analogique) pour un signal d'entrée de type échelon : $r_k = \gamma \delta \Gamma_k$; prendre un échelon unitaire ;
2. Dessiner l'allure de la courbe représentative de $y(t)$ en fonction de la stabilité de la boucle fermée.

Annexe

Annexe

Transformation de Laplace et transformation en z

B.1 Transformation de Laplace

C'est une transformation qui associe à toute fonction localement intégrable de la variable réelle t , nulle pour $t < 0$ et vérifiant des conditions restrictives convenables, la fonction de la variable complexe définie par :

$$F(p) = \mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^{+\infty} e^{-pt} f(t) dt$$

Propriétés

1. Linéarité

$$\mathcal{L}\{\alpha f(t) + \beta g(t)\} = \alpha \mathcal{L}\{f(t)\} + \beta \mathcal{L}\{g(t)\}$$

2. Produit de convolution

La transformée de Laplace du produit de convolution $(f * g)(t)$ défini par :

$$\int_0^t f(\tau) g(t-\tau) d\tau = \int_0^t f(t-\tau) g(\tau) d\tau$$

est donnée par :

$$\mathcal{L}\{(f * g)(t)\} = F(p) G(p)$$

3. Théorème du retard

$$\mathcal{L}\{f(t-a)\} = e^{-ap} \mathcal{L}\{f(t)\} = e^{-ap} F(p)$$

4. Théorème de la dérivation

$$\mathcal{L}\left[\frac{d^m f(t)}{dt^m}\right] = p^m F(p) - p^{m-1} f(0) - \dots - f^{(m-1)}(0)$$

5. Théorème de l'intégration

$$\mathcal{L}\left[\int f(\tau) d\tau\right] = \frac{1}{p} F(p)$$

6. Théorème de la valeur initiale

$$\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{p \rightarrow \infty} p F(p)$$

7. Théorème de la valeur finale

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p F(p)$$

B.2 Transformation en z

On appelle transformée en z de la séquence $\{f_k\}_{k \in \mathbb{N}}$ la série entière définie par :

$$F(z) = Z\{\{f_k\}\} = \sum_{k=0}^{+\infty} f_k z^{-k}$$

Propriétés

1. Linéarité

$$Z\{\alpha \{f_k\} + \beta \{g_k\}\} = \alpha Z\{\{f_k\}\} + \beta Z\{\{g_k\}\}$$

2. Produit de convolution

La transformée de Laplace du produit de convolution $\{f * g\}_k$ défini par :

$$\sum_{i=0}^k f_i g_{k-i} = \sum_{i=0}^k f_{k-i} g_i$$

est donnée par :

$$Z\{\{f * g\}_k\} = F(z) G(z)$$

3. Théorème du retard

$$Z\{\{f_{k-i}\}\} = z^{-i} Z\{\{f_k\}\} = z^{-i} F(z)$$

4. Théorème de l'avance

$$Z\{\{f_{k+i}\}\} = z^i \left[Z\{\{f_k\}\} - \sum_{i=0}^{i-1} f_i z^{-i} \right]$$

5. Théorème de la valeur initiale

$$f_0 = \lim_{z \rightarrow \infty} F(z)$$

6. Théorème de la valeur finale

$$\lim_{k \rightarrow \infty} f_k = \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1}) F(z)$$

Transformée de Laplace $F(p) = \mathcal{L}\{f(t)\}$	Signal continu $f(t)$	Signal échantillonné f_k	Transformée en z $F(z) = \mathcal{Z}\{f_k\}$
1	$\delta(t)$	$f_0 = 1, f_k = 0, \forall k \neq 0$	1
e^{-ap}	$\delta(t - a)$		
e^{-hTp}	$\delta(t - hT)$	$f_h = 1, f_k = 0, \forall k \neq h$	z^{-h}
$\frac{1}{p}$	$\Gamma(t)$	$f_k = 1, \forall k \geq 0$	$\frac{z}{z-1}$
$\frac{1}{p^2}$	t	$f_k = kT, \forall k \geq 0$	$T \frac{z}{(z-1)^2}$
$\frac{2}{p^3}$	t^2	$f_k = k^2 T^2, \forall k \geq 0$	$T^2 \frac{z(z+1)}{(z-1)^3}$
$\frac{1}{p+a}$	e^{-at}	$f_k = (e^{-aT})^k, \forall k \geq 0$	$\frac{z}{z - e^{-aT}}$
		$a^k, \forall k \geq 0$	$\frac{z}{z-a}$
		$(-a)^k, \forall k \geq 0$	$\frac{z}{z+a}$
$\frac{a}{p(p+a)}$	$1 - e^{-at}$		$\frac{z(1 - e^{-aT})}{(z-1)(z - e^{-aT})}$
$\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$	$\sin \omega t$		$\frac{z \sin \omega T}{z^2 - 2z \cos \omega T + 1}$
$\frac{p}{p^2 + \omega^2}$	$\cos \omega t$		$\frac{z(z - \cos \omega T)}{z^2 - 2z \cos \omega T + 1}$

UNIVERSITE DE PICARDIE JULES VERNE
FACULTE DES SCIENCES
Licence S₆ Physique parcours Matériaux et Energétique
UE : Matériaux II

Les parties sont indépendantes

Tous les détails des calculs doivent apparaître sur votre copie

Sujet : Madame Bouanani

Questions de cours :

A)

- a) Décrivez les mécanismes par lesquels les polymères semi-cristallins présentent une déformation élastique.
- b) Décrivez les mécanismes par lesquels les polymères semi-cristallins présentent une déformation plastique.

B) Expliquer brièvement pourquoi la tendance à la cristallisation d'un polymère s'amointrit avec l'augmentation de sa masse molaire.

Exercice 1

Peut-on fabriquer un composite à matrice d'époxyde et à fibres d'aramide continues et alignées ayant un module d'élasticité longitudinal de 57,1 GPa et un module d'élasticité transversal de 4,12 GPa ? Pourquoi ?

Le module d'élasticité de l'époxyde est 2,4 GPa

Exercice 2

On fabrique un composite à fibres continues et alignées fait de 30% vol de fibres d'aramide et de 70% vol de polycarbonate pour la matrice. Le tableau suivant donne les propriétés mécaniques de ces matériaux.

	Module d'élasticité (GPa)	Résistance à la traction (MPa)
Fibre d'aramide	131,0	3600
Polycarbonate	2,4	65

Lors de la rupture des fibres, la charge s'exerçant sur la matrice est de 45 MPa.

- 1) Calculez la résistance à la traction longitudinale du composite.
- 2) Calculez le module d'élasticité longitudinale du composite.

Ce composite a une section transversale de 320 mm^2 et est soumis à une charge longitudinale de 44 500 N.

- 3) Calculez le rapport entre la charge supportée par les fibres et celle que supporte la matrice.
- 4) Calculez les charges réelles appliquées aux fibres et à la matrice.
- 5) Calculez la contrainte supportée par les fibres et celle que supporte la matrice.
- 6) Évaluez la déformation du composite.

Exercice 3

Calculez les conductibilités thermiques minimale et maximale d'un cermet à matrice de cobalt renfermant 85%vol de particules de carbure de titane (TiC). La conductivité thermique du TiC est de 27 W/m.K et celle du Co est de 69 W/m.K
