

# Introduction à l'autostabilisation

Alain Cournier et Stéphane Devismes

Cours de Master 2 Informatique

Université de Picardie

# Plan du cours

- Introduction ;
- Modèle à états ;
- Le premier algorithme autostabilisant : Dijkstra ;
- Les avantages de l'autostabilisation ;
- Les inconvénients de l'autostabilisation.

# Introduction

# Définition

« Un algorithme distribué est dit **autostabilisant** dans un système donné si à partir d'une **configuration** quelconque du système, toute exécution de l'algorithme atteint en un temps fini (et sans intervention extérieure) une configuration, dite **légitime**, à partir de laquelle tous les suffixes d'exécution possibles sont **corrects**, c'est-à-dire qu'ils vérifient tous la spécification du problème pour lequel l'algorithme a été conçu.

>>

**Dijkstra, 1974**

# Configuration : explications (1/2)

Soit  $P$  un algorithme distribué déployé sur un réseau de processus  $R$  (représenté par un graphe).

# Configuration : explications (1/3)

Soit  $P$  un algorithme distribué déployé sur un réseau de processus  $R$  (représenté par un graphe).

On peut définir l'ensemble  $C$  des configurations possibles de  $P$  dans  $R$  de la façon suivante :

# Configuration : explications (2/3)

Dans le modèle à états (explications à suivre) :

Etat d'un processus : ensemble des valeurs des variables d'un processus.

Configuration : vecteur d'états, un par processus.

Configuration quelconque : chaque variable de processus a une valeur quelconque prise dans son domaine de définition (e.g., une variable booléenne est affectée à vrai ou faux).

# Configuration : explications (3/3)

Dans le modèle à passage de message :

Etat d'un processus : ensemble des valeurs des variables d'un processus.

Etat d'un canal : liste de messages

Configuration : vecteur d'états, un par processus et un par canal.

Configuration quelconque :

État quelconque des processus : chaque variable de processus a une valeur quelconque prise dans son domaine de définition (e.g., une variable booléenne est affectée à vrai ou faux).

état quelconque des canaux : les canaux de communication contiennent un nombre fini de messages transportant des valeurs prises dans leur domaine de définition.

# Systeme de transitions

On peut aussi définir les transitions (pas de calculs) possibles entre les différentes configurations de  $C$  par une relation  $\rightarrow$  incluse dans  $C \times C$ .

# Systeme de transitions

On peut aussi définir les transitions (pas de calculs) possibles entre les différentes configurations de  $C$  par une relation  $\rightarrow$  incluse dans  $C \times C$ .

Parmi l'ensemble des configurations possibles, certaines sont caractérisées comme **initiales** :  $I \subseteq C$ .

Le déploiement de  $P$  sur  $R$  est entièrement défini par le **systeme de transitions**  $S = (I, C, \rightarrow)$ .

# Systeme de transitions

Une **exécution** de  $P$  sur  $R$  est une suite de configurations  $\gamma_0, \gamma_1, \dots$  vérifiant les deux conditions suivantes :

1.  $\gamma_0 \in I$  et
2.  $\forall i > 0, \gamma_{i-1} \rightarrow \gamma_i$ .

Si  $P$  est autostabilisant, alors on considère que  $I = C$ .

# Partition : légitime/illégitime

L'ensemble des configurations possibles est divisé en deux sous-ensembles :

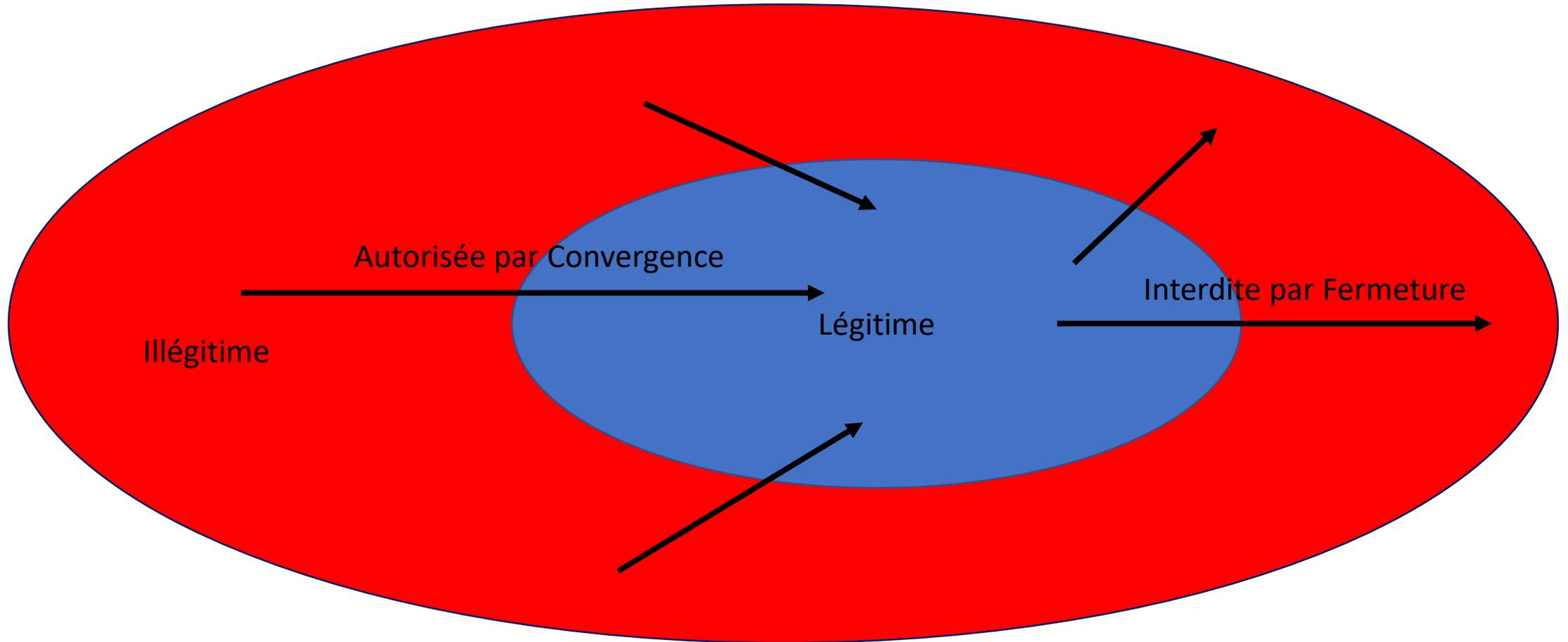
- **Les configurations légitimes**, à partir desquelles le système exécute correctement la tâche pour laquelle il a été conçu.
- **Les configurations illégitimes**, où le système ne vérifie pas nécessairement la spécification de la tâche pour laquelle il a été conçu.

# Idée intuitive

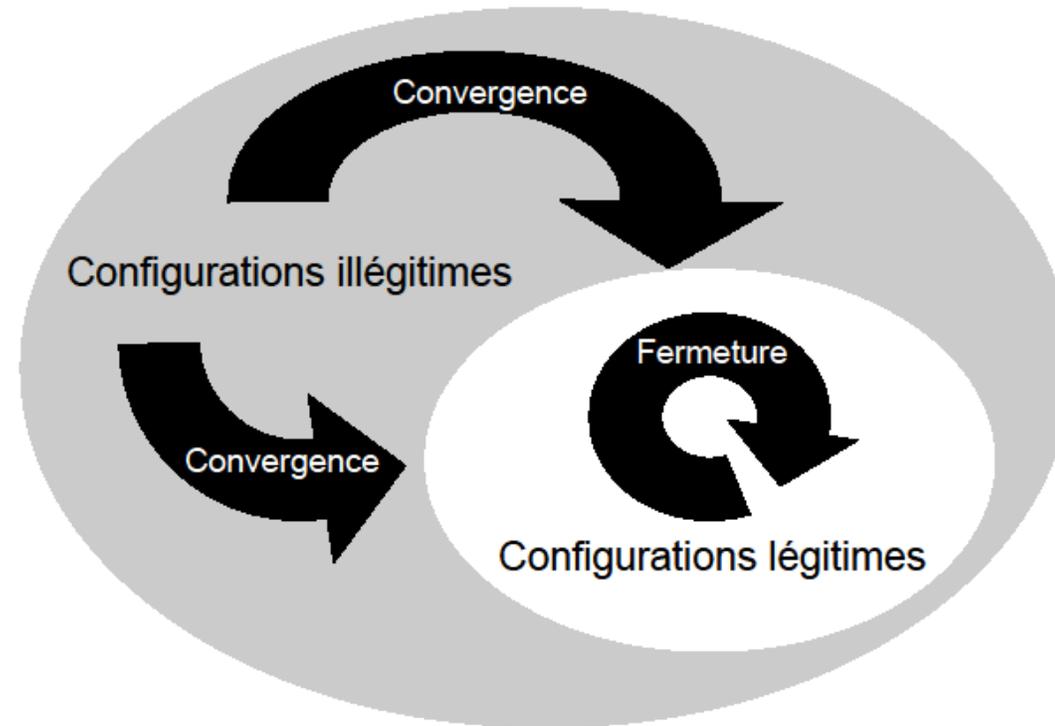
Un système peut être initialement (ou plutôt suite à une faute) dans une configuration illégitime.

Le but d'un algorithme autostabilisant est alors de faire retrouver (au plus vite) au système une configuration légitime où la spécification du problème à résoudre est vérifiée.

# Idée intuitive



# Idée intuitive



# Définition formelle

Soit  $A$  un algorithme distribué déployé sur un réseau  $R$ .

Soit  $C$  l'ensemble des configurations possibles défini en déployant l'algorithme  $A$  sur  $R$ .

$A$  est autostabilisant pour la spécification  $SP$  dans  $R$  s'il existe un sous-ensemble non-vide  $L$  de  $C$ , appelé ensemble des configurations légitimes, qui vérifie les trois propriétés suivantes :

# Définition formelle

1. **Fermeture** : Toute configuration accessible à partir d'une configuration de L en appliquant A est aussi une configuration de L.
2. **Convergence** : Toute exécution de A à partir d'une configuration quelconque de C atteint en un temps fini une configuration de L. Cette phase de convergence est aussi appelée phase de stabilisation.
3. **Correction** : Toute exécution de A à partir d'une configuration de L vérifie SP.

# Modèle à états

# Un modèle pour et par l'autostabilisation

Créé dans l'article originel de Dijkstra.

Uniquement utilisé dans le cadre de l'autostabilisation !

**BUT** : Simplifier les preuves.

# Abstraction du modèle à passage de messages

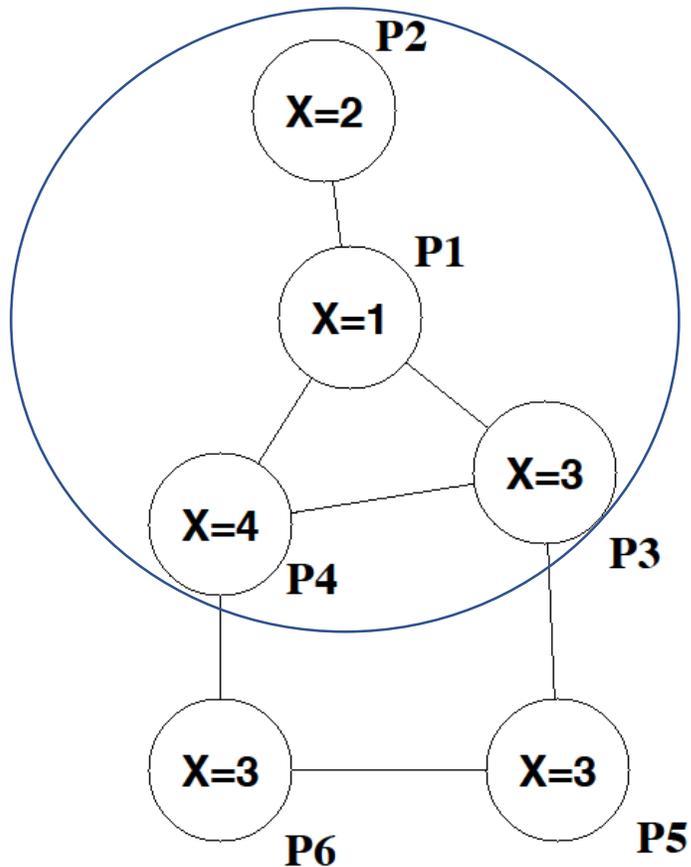
Il existe des méthodes de transformation pour passer du modèle à états au modèle à passage de messages sans perdre la propriété d'autostabilisation.

Nous verrons une technique, qui fonctionne pour beaucoup d'algorithmes, en TP et en projet.

# Abstraction du modèle à passage de messages

- Les **canaux de communications** sont remplacés par de la **mémoire localement partagée**.
- Ainsi, les liens du graphe de communications représente la possibilité pour deux voisins de lire directement la mémoire (partagée) de l'autre.

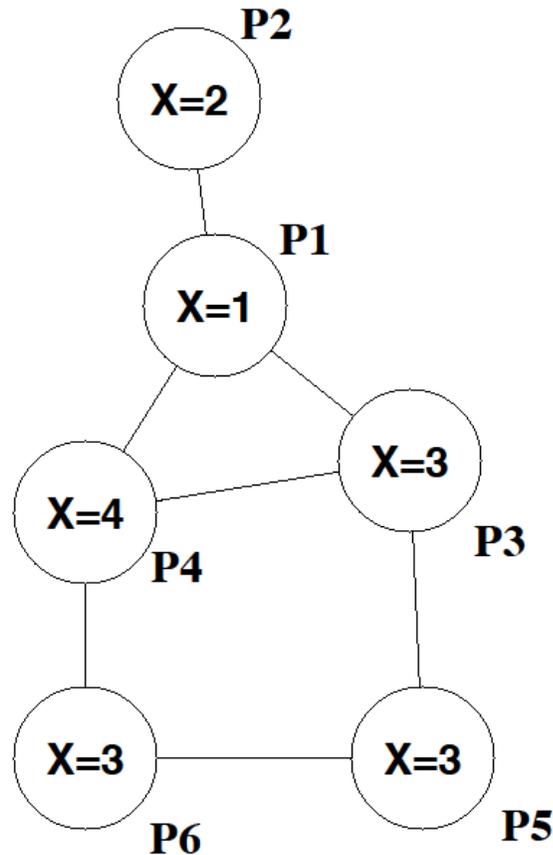
# Abstraction du modèle à passage de messages



Par exemple, P1 peut lire directement la mémoire de P2, P3 et P4.

Donc, il peut lire que  $XP2 = 2$ ,  $XP3 = 3$  et  $XP4 = 4$ .

# Abstraction du modèle à passage de messages

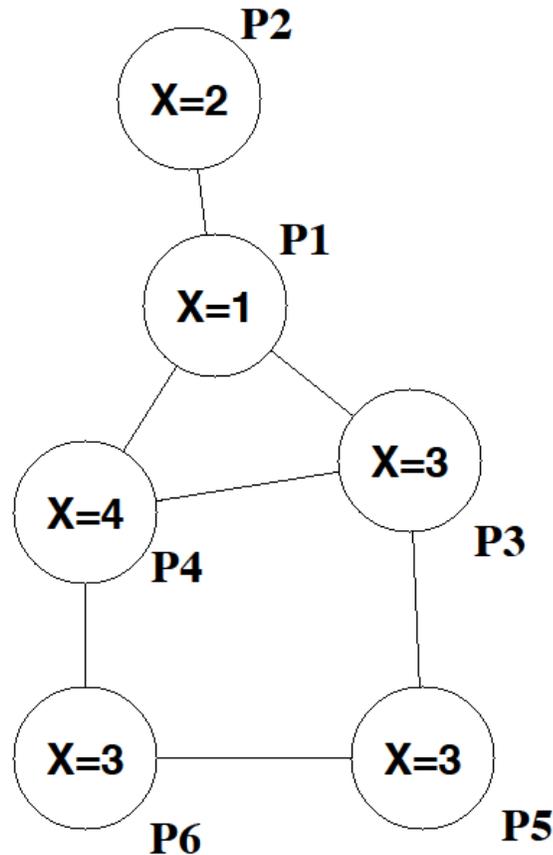


Par exemple, P1 peut lire directement la mémoire de P2, P3 et P4.

Donc, P1 peut lire que  $X_{P2} = 2$ ,  $X_{P3} = 3$  et  $X_{P4} = 4$ .

Mais, P1 NE peut PAS lire directement la mémoire de P5 et P6

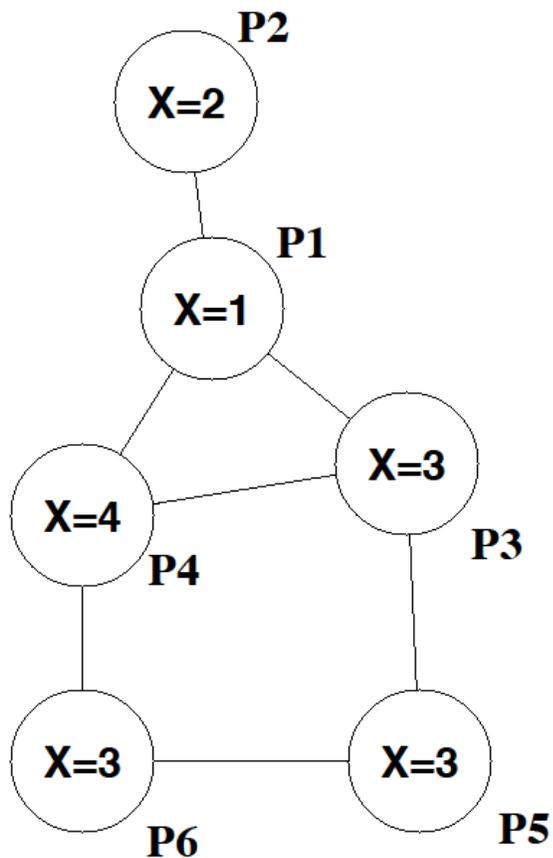
# Abstraction du modèle à passage de messages



La configuration du réseau est définie par l'état de chacun des processus du réseau.

Rappel : l'état d'un processus est défini par la valeur de chacune de ses variables.

# Abstraction du modèle à passage de messages



La configuration du réseau est définie par l'état de chacun des processus du réseau.

Rappel : l'état d'un processus est défini par la valeur de chacune de ses variables.

Par exemple, l'état de P1 est  $X = 1$ .

Dans notre exemple, la configuration du système est :

$\langle XP1 = 1, XP2 = 2, XP3 = 3, XP4 = 3, XP5 = 3, XP6 = 3 \rangle$

# Règles gardées

Le **programme** de chaque processus est représenté par un **ensemble fini de règles** (ou actions ou commandes) **gardées** de la forme :

$(\langle \text{étiquette} \rangle ::) \langle \text{prédicat} \rangle \rightarrow \langle \text{Instructions} \rangle$

# Règles gardées

Le **programme** de chaque processus est représenté par un **ensemble fini de règles** (ou actions ou commandes) **gardées** de la forme :

$$(\langle \text{étiquette} \rangle ::) \langle \text{prédicat} \rangle \rightarrow \langle \text{Instructions} \rangle$$

**L'étiquette** n'est pas obligatoire, elle permet juste de nommer les actions dans la description du programme et les preuves.

# Règles gardées

Le **programme** de chaque processus est représenté par un **ensemble fini de règles** (ou actions ou commandes) **gardées** de la forme :

$$(\langle \text{étiquette} \rangle ::) \langle \text{prédicat} \rangle \rightarrow \langle \text{Instructions} \rangle$$

Le **prédicat** d'une règle est une expression booléenne dont les paramètres sont les variables du processus et de ses voisins.

# Règles gardées

Le **programme** de chaque processus est représenté par un **ensemble fini de règles** (ou actions ou commandes) **gardées** de la forme :

$$(\langle \text{étiquette} \rangle ::) \langle \text{prédicat} \rangle \rightarrow \langle \text{Instructions} \rangle$$

Les **Instructions** permettent de modifier les variables du processus.

# Règles gardées

Le **programme** de chaque processus est représenté par un **ensemble fini de règles** (ou actions ou commandes) **gardées** de la forme :

$$(\langle \text{étiquette} \rangle ::) \langle \text{prédicat} \rangle \rightarrow \langle \text{Instructions} \rangle$$

Ainsi, chaque processus peut lire les variables de ses voisins, puis modifier son état en fonction de cette lecture.

L'ensemble des programmes des processus définit un **algorithme distribué**.

# Exemple de règles gardées :

## 1<sup>er</sup> algorithme de Dijkstra

Tous les processus ont une unique variable  $v$  dont le domaine est :

$$\{0, \dots, K - 1\} \text{ avec } K \geq n.$$

Un processus  $p_i$  détient un jeton si et seulement si il satisfait le prédicat  $\text{Token}(p_i)$ .

Le programme de chaque processus consiste en une unique règle :

Programme de la racine  $p_0$  :

$$\text{Token}(p_0) \rightarrow vp_0 \leftarrow (vp_0 + 1) \bmod K, \text{ avec } \text{Token}(p_0) \equiv (vp_0 = vp_{n-1})$$

Programme de chaque processus  $p_i$  non racine :

$$\text{Token}(p_i) \rightarrow vp_i \leftarrow vp_{i-1}, \text{ où } \text{Token}(p_i) \equiv (vp_i \neq vp_{i-1})$$

# Activation d'une règle

Une règle est dite **activable** (dans une configuration donnée) si son prédicat est **vrai**.

# Activation d'une règle

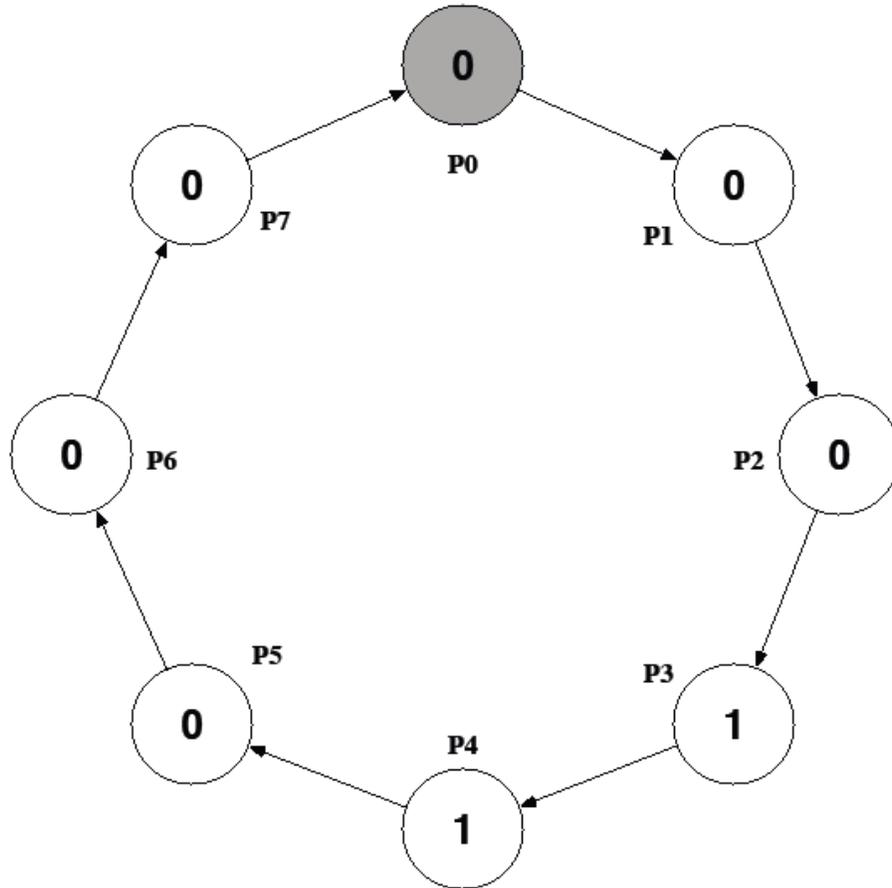
Une règle est dite **activable** (dans une configuration donnée) si son prédicat est **vrai**.

Un processus est **activable** si au moins **une de ses règles est activable**.

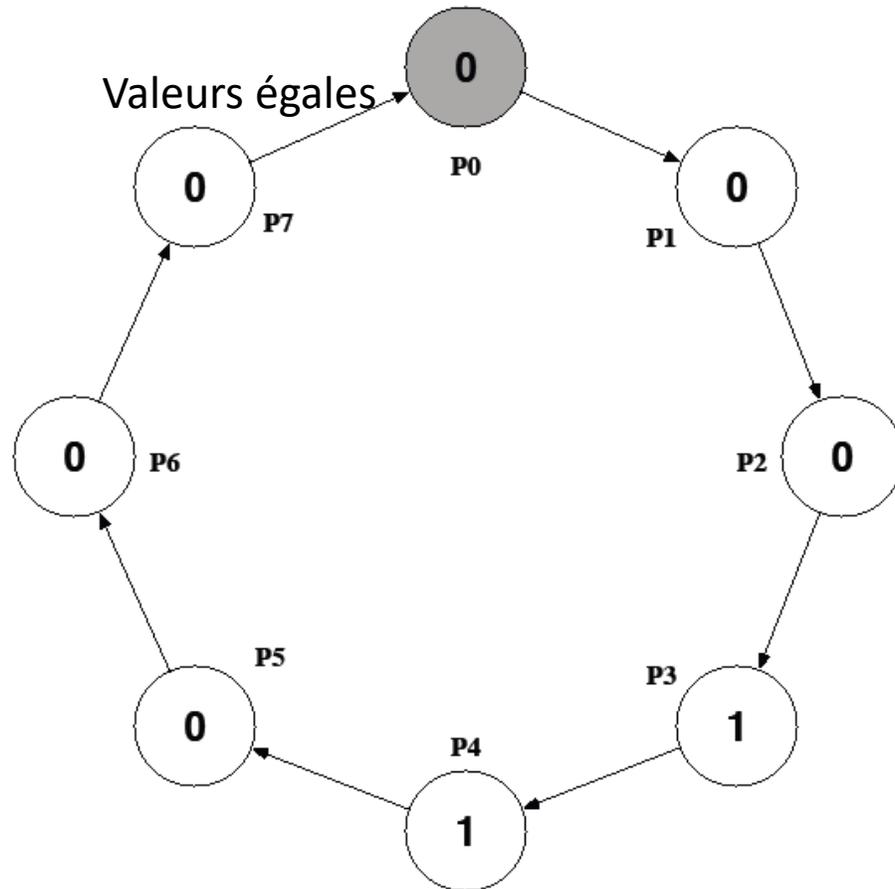
Un processus peut exécuter une de ses règles seulement si elle est activable.

# Exemple d'activation : 1er algorithme de Dijkstra

P0, P3 et P5 sont activables.



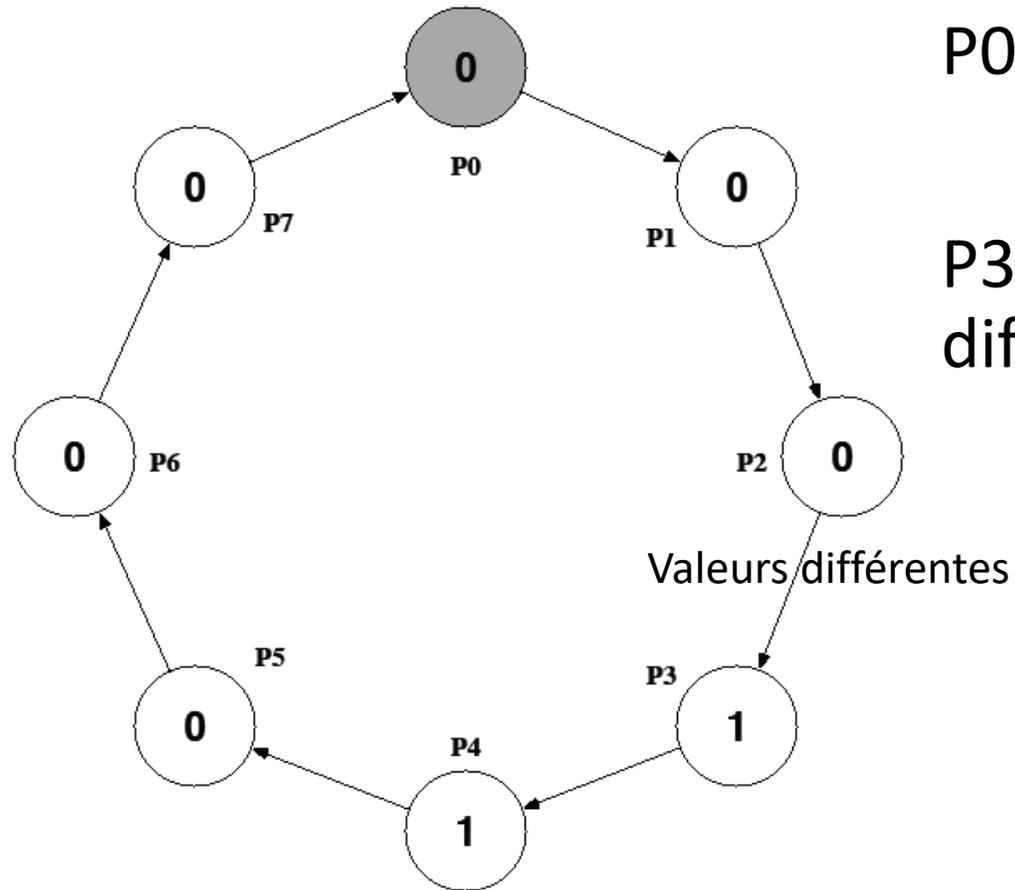
# Exemple d'activation : 1er algorithme de Dijkstra



P0, P3 et P5 sont activables.

P0 est activable car la valeur en P0 est égale à la valeur en P7

# Exemple d'activation : 1er algorithme de Dijkstra



P0, P3 et P5 sont activables.

P3 est activable car la valeur en P3 est différente de la valeur en P2

# Atomicité

Le modèle à états suppose une **atomicité forte** : à chaque étape, un sous-ensemble non-vide de processus activable dans la configuration courante  $\gamma$  est sélectionné (s'il existe au moins un processus activable).

Sur notre exemple un sous-ensemble de {P0, P3, P5}.

Le choix {P0, P3} est valide

# Atomicité

Le modèle à états suppose une atomicité forte : à chaque étape, un sous-ensemble non-vidé de processus activable dans la configuration courante  $\gamma$  est sélectionné (s'il existe au moins un processus activable).

Chaque processus de l'ensemble exécute alors << **simultanément** >> une de ses actions activables dans  $\gamma$  ; on obtient alors la configuration suivante, etc.

# Atomicité

Le modèle à états suppose une atomicité forte : à chaque étape, un sous-ensemble non-vidé de processus activable dans la configuration courante  $\gamma$  est sélectionné (s'il existe au moins un processus activable).

Si aucun processus n'est activable dans une configuration donnée, alors cette configuration est dite **terminale**.

# Démons

Le sous-ensemble de processus activés à chaque étape est choisi par un démon (ou ordonnanceur). Il peut être :

**Central** Tant que la configuration courante n'est pas terminale, il en active **exactement un** par étape.

# Démons

Le sous-ensemble de processus activés à chaque étape est choisi par un démon (ou ordonnanceur). Il peut être :

**Central** Tant que la configuration courante n'est pas terminale, il en active exactement un par étape.

**Localement Central** Tant que la configuration courante n'est pas terminale, il en active **au moins un par étape**. Cependant, il n'y a **pas de processus voisins activés simultanément**.

# Démons

Le sous-ensemble de processus activés à chaque étape est choisi par un démon (ou ordonnanceur). Il peut être :

**Central** Tant que la configuration courante n'est pas terminale, il en active exactement un par étape.

**Localement Central** Tant que la configuration courante n'est pas terminale, il en active au moins un par étape. Cependant, il n'y a pas de processus voisins activés simultanément.

**Distribué** Tant que la configuration courante n'est pas terminale il en active **au moins un par étape**.

# Démons

Le sous-ensemble de processus activés à chaque étape est choisi par un démon (ou ordonnanceur). Il peut être :

**Central** Tant que la configuration courante n'est pas terminale, il en active exactement un par étape.

**Localement Central** Tant que la configuration courante n'est pas terminale, il en active au moins un par étape. Cependant, il n'y a pas de processus voisins activés simultanément.

**Distribué** Tant que la configuration courante n'est pas terminale il en active au moins un par étape.

**Synchrone** Tant que la configuration courante n'est pas terminale, il active **tous** les processus activables à chaque étape.

# Exercice

Donnez les choix possibles d'ensemble de processus pour chacun de ces démons sur notre exemple.

# Démons

Les démons central, localement central et distribué se déclinent aussi en fonction de leur **équité** :

# Démons

Les démons central, localement central et distribué se déclinent aussi en fonction de leur **équité** :

- Un démon est **fortement équitable** si pour toute exécution de l'algorithme, il n'existe pas de suffixe infini où un processus est activable infiniment souvent et n'exécute jamais aucune action.

# Démons

Les démons central, localement central et distribué se déclinent aussi en fonction de leur **équité** :

- Un démon est **fortement équitable** si pour toute exécution de l'algorithme, il n'existe pas de suffixe infini où un processus est activable infiniment souvent et n'exécute jamais aucune action.
- Un démon est **faiblement équitable** si pour toute exécution de l'algorithme, il n'existe pas de suffixe infini où un processus est toujours activable et n'exécute jamais aucune action.

# Démons

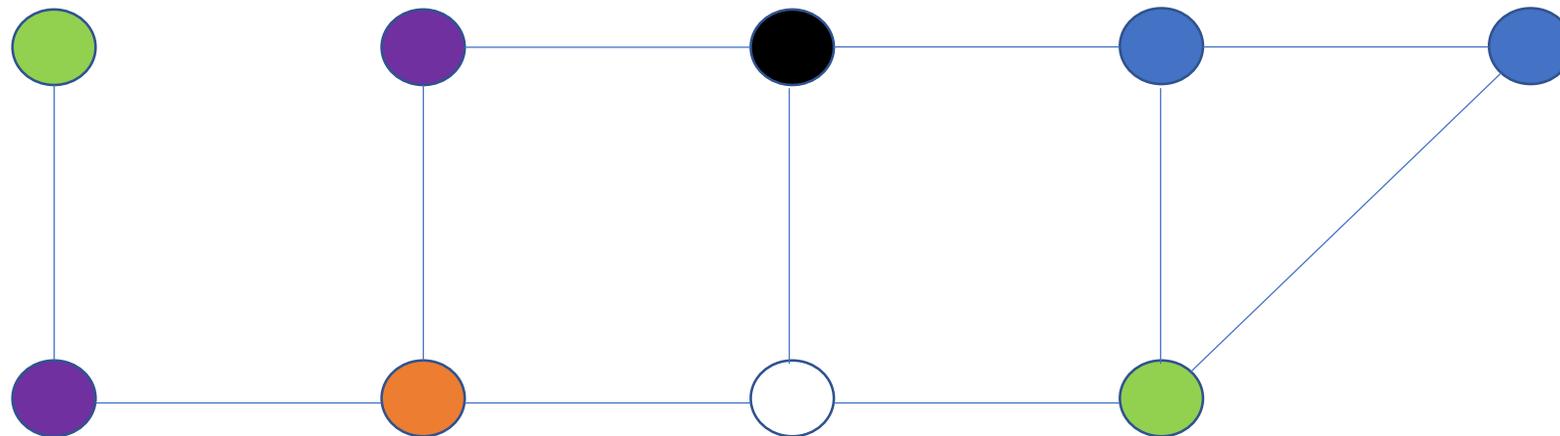
Les démons central, localement central et distribué se déclinent aussi en fonction de leur **équité** :

- Un démon est **fortement équitable** si pour toute exécution de l'algorithme, il n'existe pas de suffixe infini où un processus est activable infiniment souvent et n'exécute jamais aucune action.
- Un démon est **faiblement équitable** si pour toute exécution de l'algorithme, il n'existe pas de suffixe infini où un processus est toujours activable et n'exécute jamais aucune action.
- Un démon **inéquitable** n'a pas de restriction si ce n'est qu'il doit au moins activer un processus tant que le système n'est pas dans une configuration terminale.

Le démon **distribué inéquitable** est le démon **le plus général** (plus faible) du modèle à états.

# Modèle à états : résumé

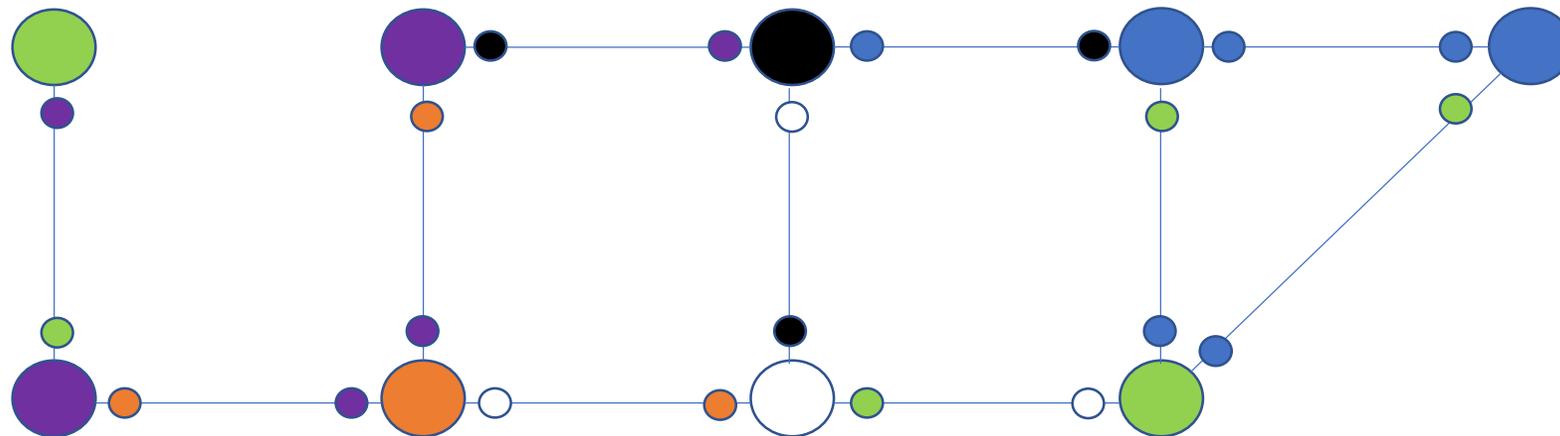
## Configuration



# Modèle à états : résumé

## Etape atomique

Lecture des variables des voisins

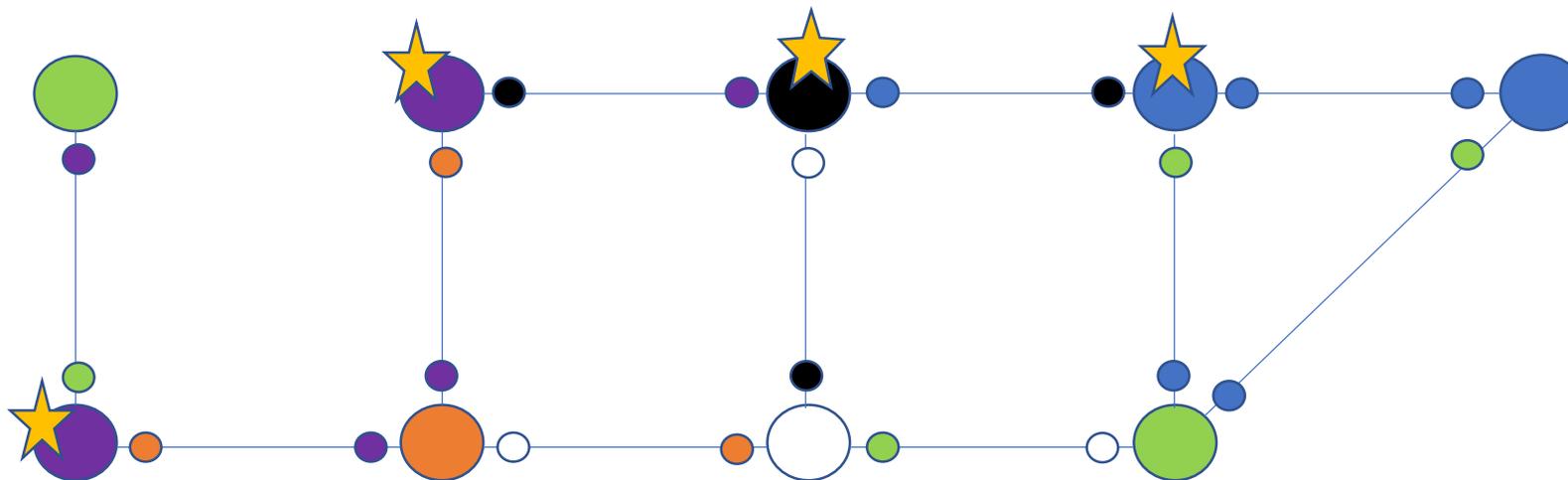


# Modèle à états : résumé

## Etape atomique

Lecture des variables des voisins

Processus activables



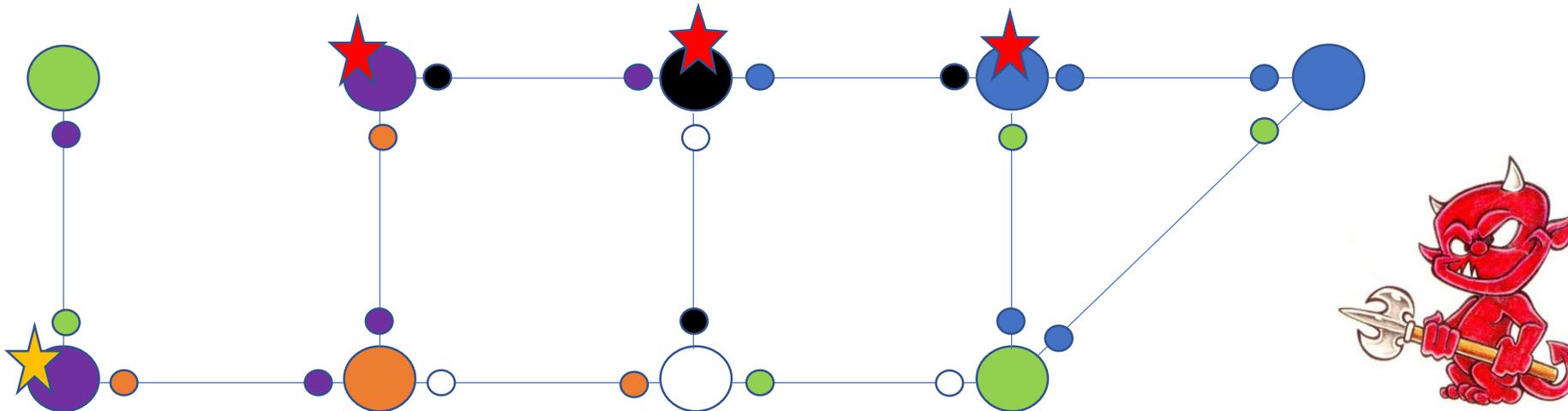
# Modèle à états : résumé

## Etape atomique

Lecture des variables des voisins

Processus activables

Sélection du démon : modélisation de l'asynchronisme



# Modèle à états : résumé

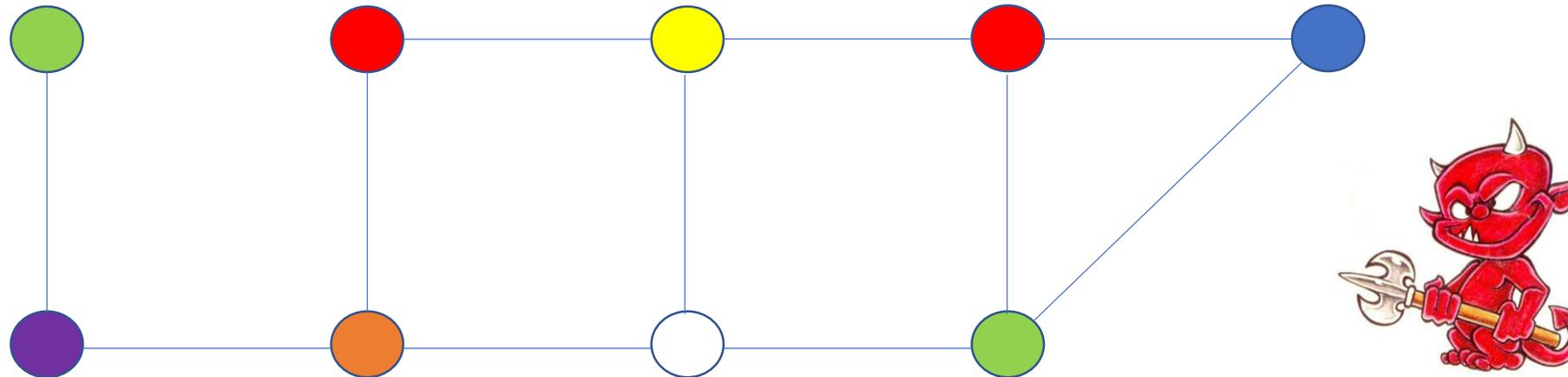
## Etape atomique

Lecture des variables des voisins

Sélection du démon : modélisation de l'asynchronisme

Mise à jour des états locaux et on recommence

Processus activables



# Complexité en espace

Dans le modèle à états, on considère l'occupation mémoire de la même manière que dans le modèle à passage de messages.

Cependant, dans le modèle à états, cette mesure revêt un intérêt particulier car, elle représente généralement le volume de communication (taille des messages).

# Complexité en temps

Le temps s'évalue en nombre **d'étapes** (ou pas) de calcul ou en nombre de **rondes**.

# Ronde : idée intuitive

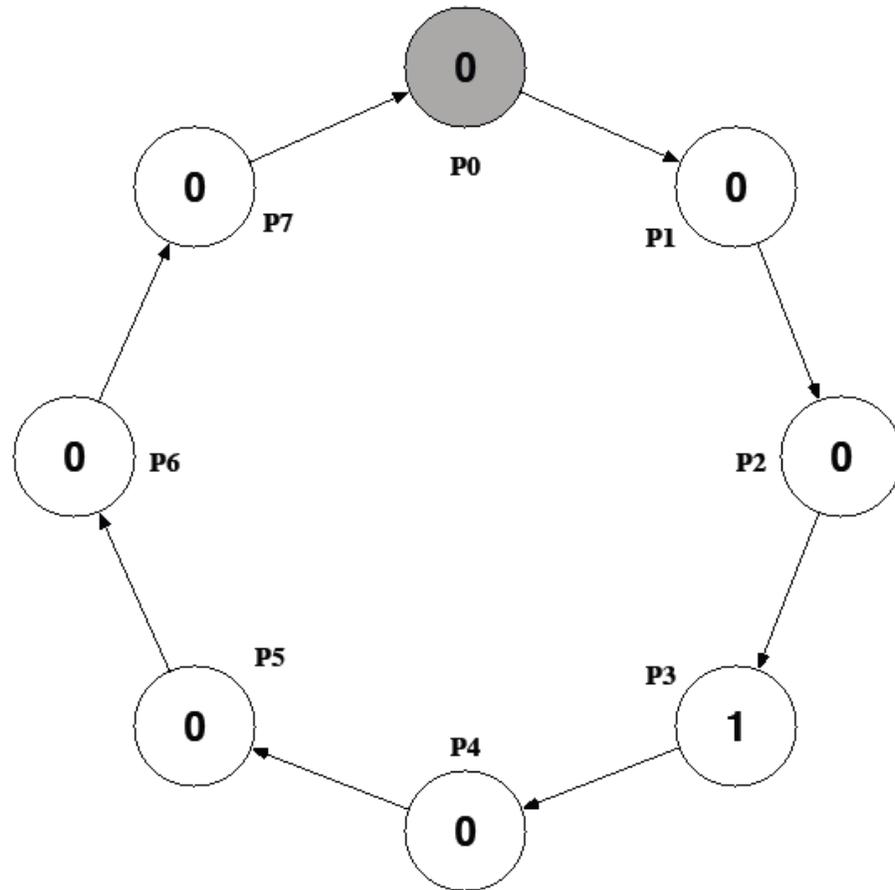
La ronde permet d'évaluer le temps d'exécution par rapport aux processus les plus lents.

# Ronde : Définition formelle

Un processus **subit une neutralisation** s'il passe d'activable à non activable sans exécuter la moindre action.

En fait, la neutralisation de  $p$  correspond à la situation suivante : un ou plusieurs voisins de  $p$  exécutent une règle et les changements occasionnés par l'exécution de ces règles rendent toutes les règles de  $p$  non activables.

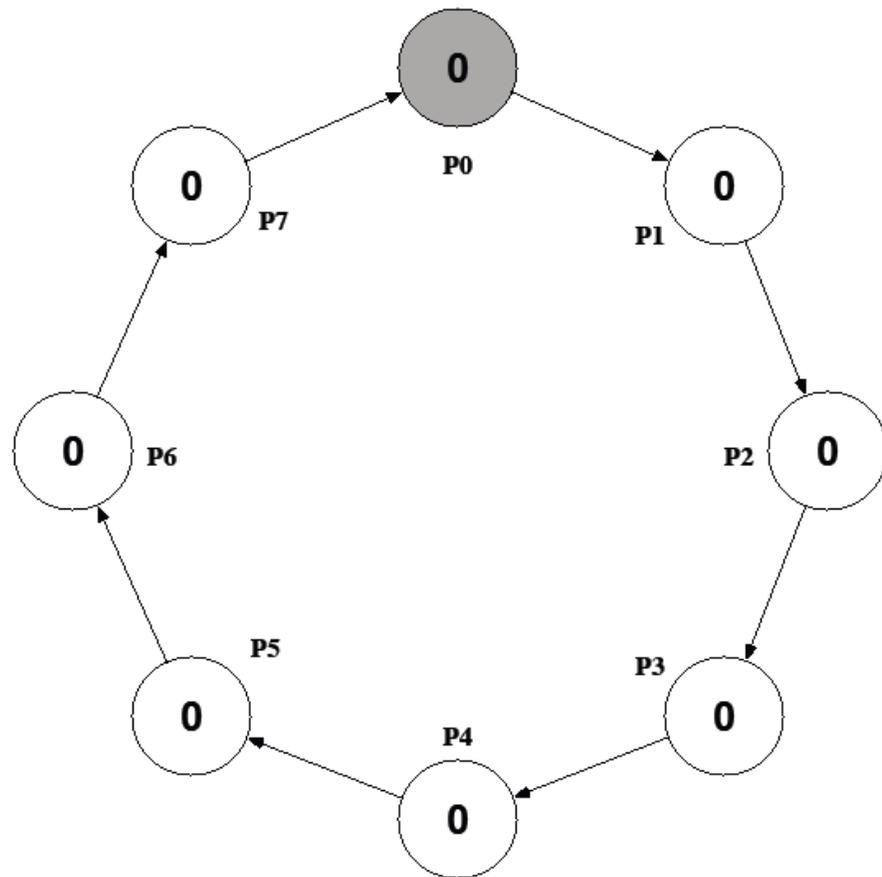
# Exemple neutralisation, algorithme de Dijkstra



P0, P3, P4 sont activables

P3 est activé

# Exemple neutralisation, algorithme de Dijkstra



P0 reste activable,

P4 a subi une neutralisation !

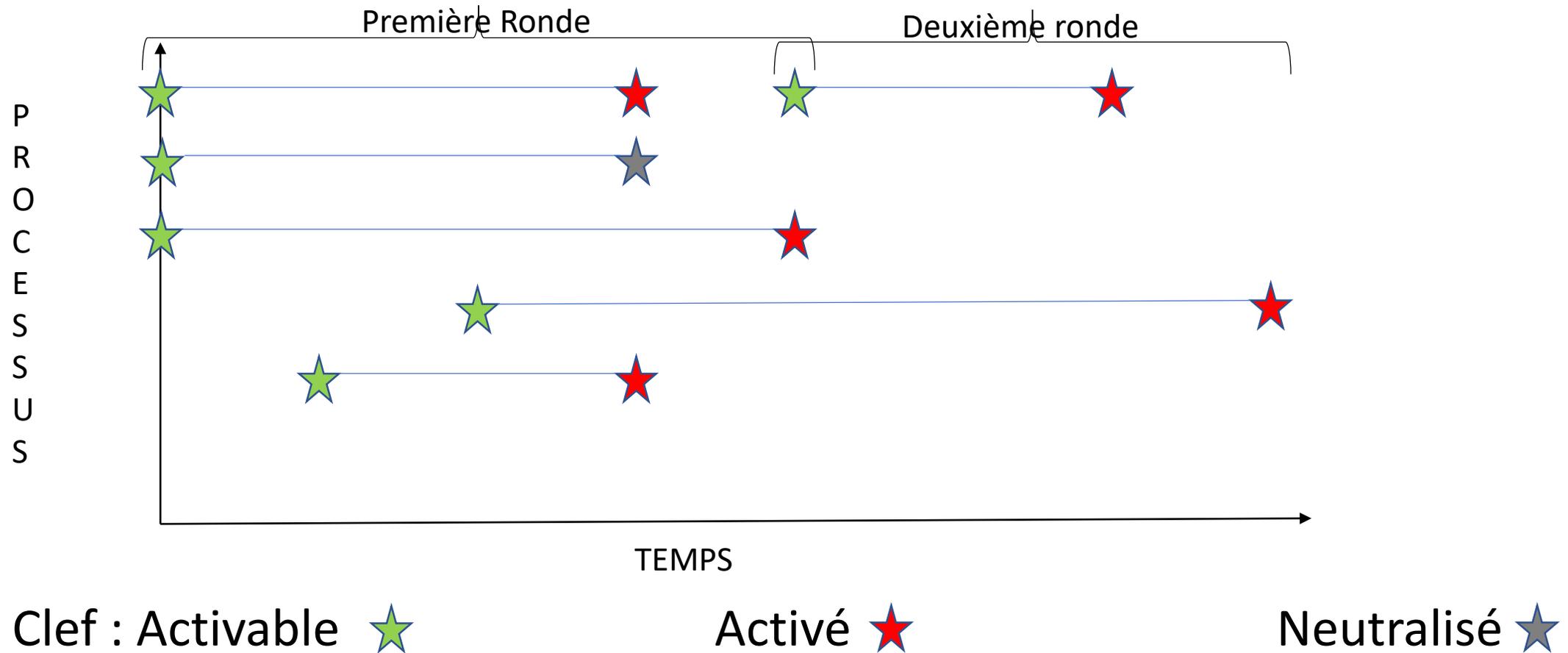
# Ronde : Définition formelle

Etant donnée une exécution  $e$ , la **première ronde de  $e$** , notée  $e'$ , est le préfixe minimal de  $e$  contenant, pour chaque processus activable lors de la première configuration de  $e$ ,

l'exécution d'une de ses règles ou  
la neutralisation du processus.

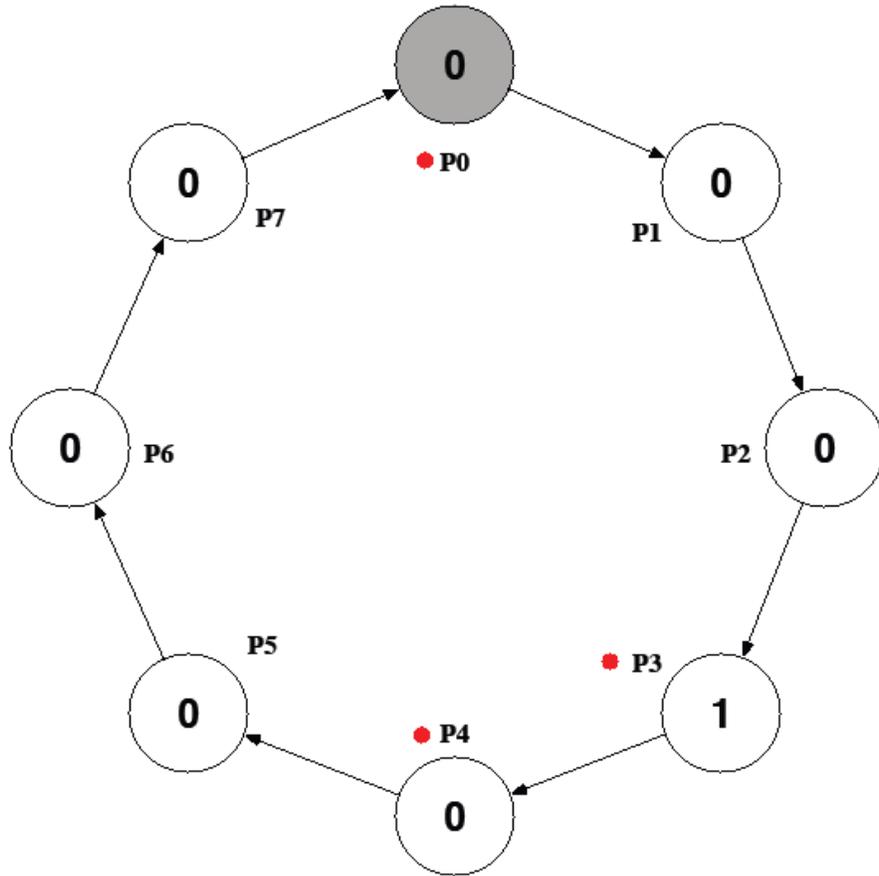
Soit  $e''$  le suffixe de  $e$  commençant à la dernière configuration de  $e'$ . La seconde ronde de  $e$  correspond à la première ronde de  $e''$ , etc.

# Ronde : exemple schématique

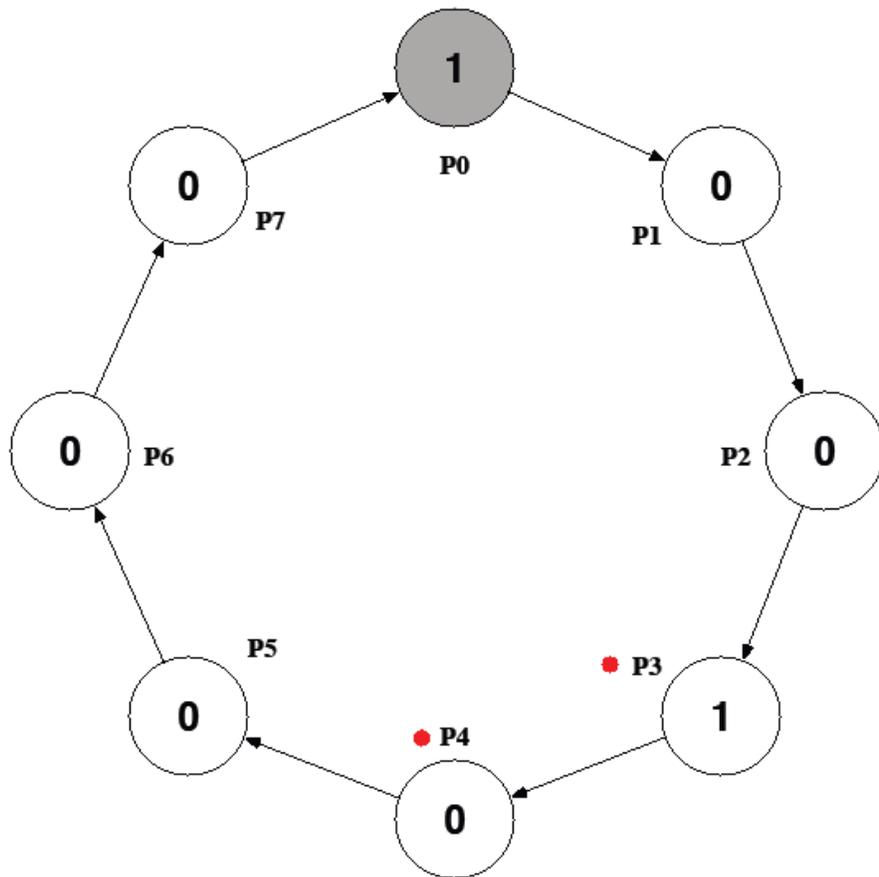


# Exemple ronde, algorithme de Dijkstra

P0, P3, P4 sont activables.



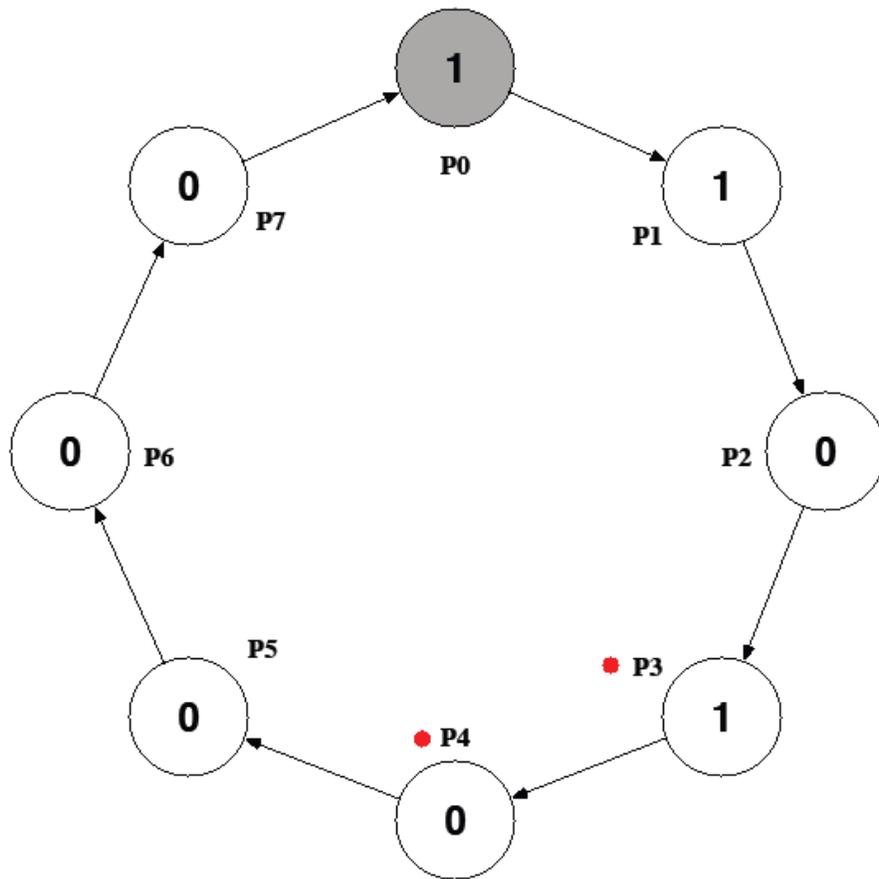
# Exemple ronde, algorithme de Dijkstra



P0 est activé

P1 devient activable, P3 et P4 restent activables.

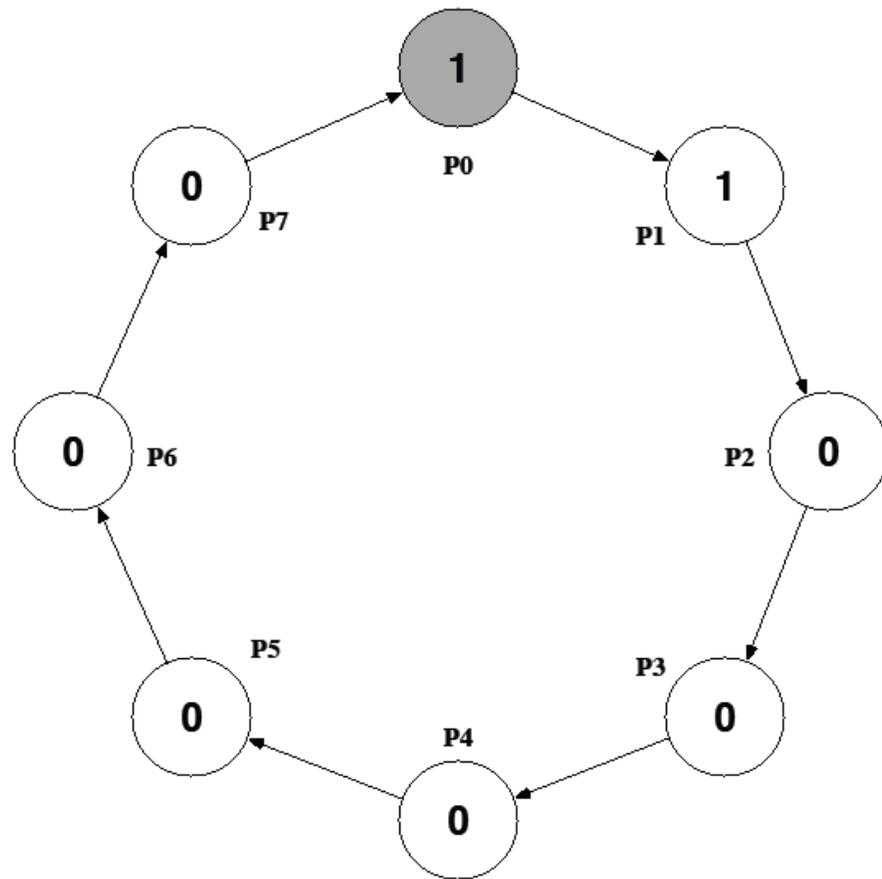
# Exemple ronde, algorithme de Dijkstra



P1 est activé

P2 devient activable, P3 et P4 restent activables.

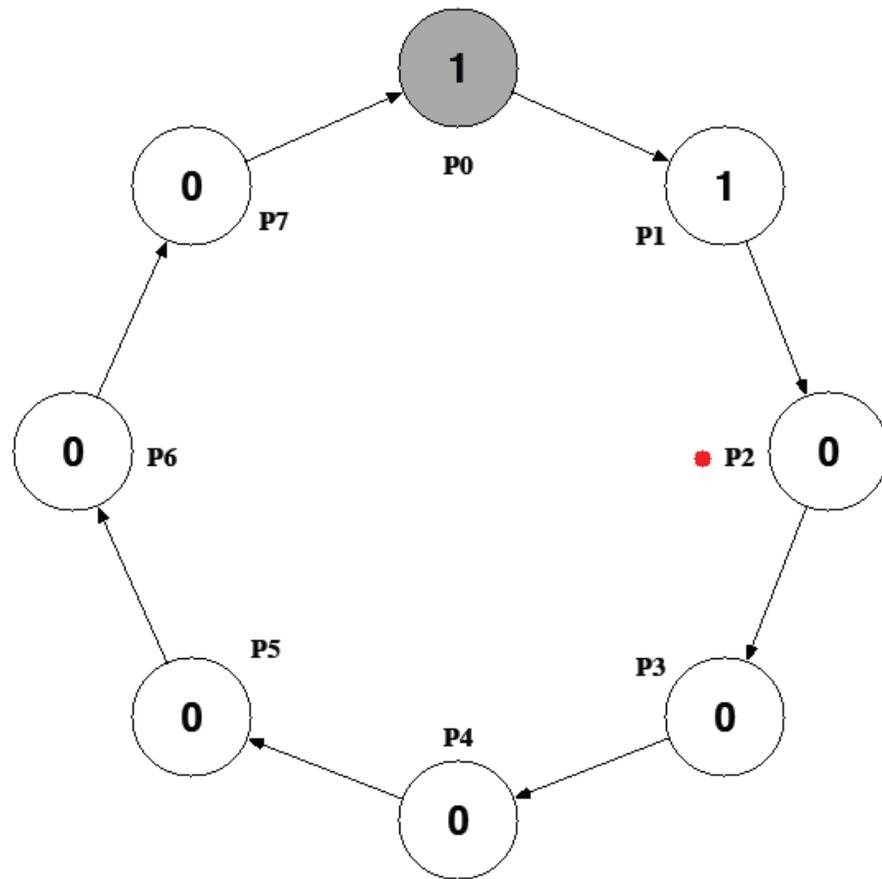
# Exemple ronde, algorithme de Dijkstra



P3 est activé

P4 est neutralisé, la ronde est terminée

# Exemple ronde, algorithme de Dijkstra



Une nouvelle ronde commence  
Seul P2 est activable

# Temps de stabilisation

**Le temps de stabilisation** est le temps **maximum** (en rondes et/ou en étapes) pris par une exécution pour retrouver une configuration légitime à partir de n'importe quelle configuration illégitime.

C'est l'une des métriques les plus importantes pour juger de l'efficacité d'un algorithme autostabilisant.

# Preuve du 1er algorithme de Dijkstra

# Démon

Nous supposons un démon distribué inéquitable.

# Propriété (1/2)

Lemme 1 : Il n'existe pas de configuration sans jeton.

# Propriété (1/2)

Lemme 1 : Il n'existe pas de configuration sans jeton.

**Preuve.** Supposons, par contradiction, qu'il existe une configuration  $\gamma$  sans jeton.

# Propriété (1/2)

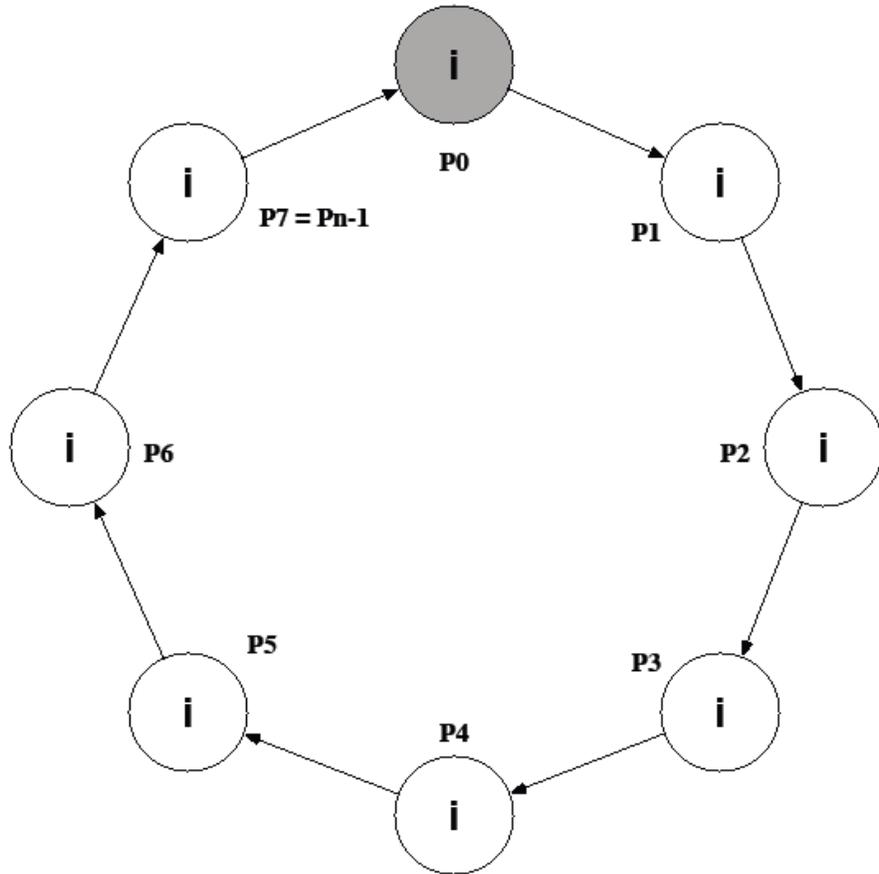
Lemme 1 : Il n'existe pas de configuration sans jeton.

**Preuve.** Supposons, par contradiction, qu'il existe une configuration  $\gamma$  sans jeton.

Pour tout  $i \in [1 \dots n - 1]$ ,  $v_{p_i} = v_{p_{i-1}}$  par définition de  $\text{Token}(p_i)$ .

Par transitivité,  $v_{p_{n-1}} = v_{p_0}$ .

# Propriété (1/2)



Puisque  $p_{n-1}$  est le prédécesseur de  $p_0$ ,  $p_0$  vérifie  $\text{Token}(p_0)$ , contradiction.

# Propriété (2/2)

**Corollaire 1 : Il n'y a pas de configuration terminale.**

# Configurations légitimes

Définition 1 : Soit  $L$  l'ensemble des configurations contenant un unique jeton.

Puisque, la configuration où tous les processus  $p_i$  vérifient  $v_{p_i} = 0$  est légitime, on a :

Remarque 1 :  $L$  n'est pas vide.

# Fermeture et correction

Lemme 2 :  $L$  est clos et à partir d'une configuration de  $L$ , il existe un unique jeton qui circule parmi tous les processus.

# Fermeture et correction (preuve)

**Preuve.** Soit  $\gamma \in L$ .

Par définition, il existe un unique processus  $p_i$  dans  $\gamma$  qui satisfait le prédicat Token.

D'après l'algorithme, seul  $p_i$  est activable dans  $\gamma$  et donc seul  $p_i$  sera activé durant le prochain pas de calcul.

D'après l'algorithme, le changement d'état de  $p_i$  n'affecte que  $p_i$  et son successeur dans l'anneau  $p_{i+1}$ .

En particulier, cela signifie que les autres processus ne détiennent toujours pas de jeton après le pas de calcul.

# Fermeture et correction (preuve suite)

Après avoir exécuter son action,  $p_i$  ne satisfait plus le prédicat Token.

Cependant  $p_{i+1}$  satisfait nécessairement le prédicat Token d'après le lemme 1.

Ainsi, le nombre de jeton est toujours de 1 et  $p_i$  a passé le jeton à son successeur.

# Fermeture et correction (preuve conclusion)

Ainsi,  $L$  est un ensemble clos.

De plus, à chaque pas de calcul, l'unique jeton passe d'un processus à son successeur.

Donc, il circule infiniment souvent parmi tous les processus.

# Convergence (1/2)

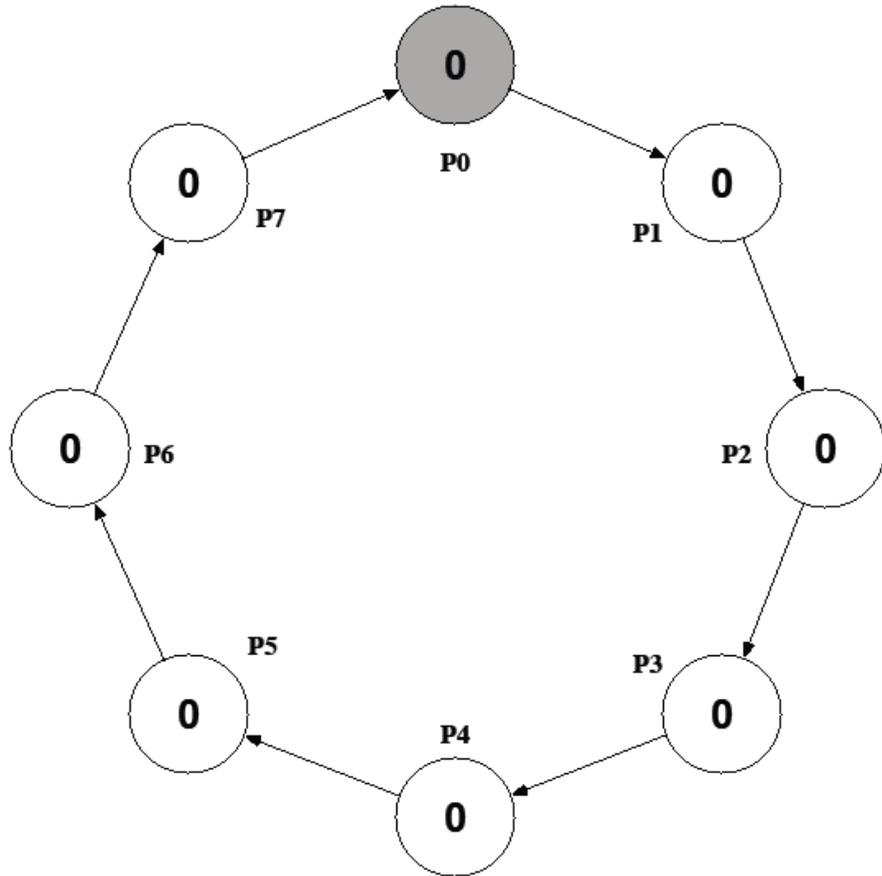
Lemme 3 : Dans toute exécution,  $p_0$  exécute une infinité d'actions.

**Preuve.** Supposons le contraire. Considérons donc une configuration  $\gamma$  à partir de laquelle  $p_0$  n'exécute plus aucune action à jamais.

Soit  $F = \sum_{i \in S} (n - i)$ , où  $S = \{i \mid i \neq 0 \wedge \text{Token}(p_i)\}$ , c'est-à-dire la somme des distances à  $p_0$  des processus non racines détenant un jeton. Par définition,  $F \geq 0$ .

Considérons alors les deux cas suivants :  $F = 0$  et  $F > 0$ .

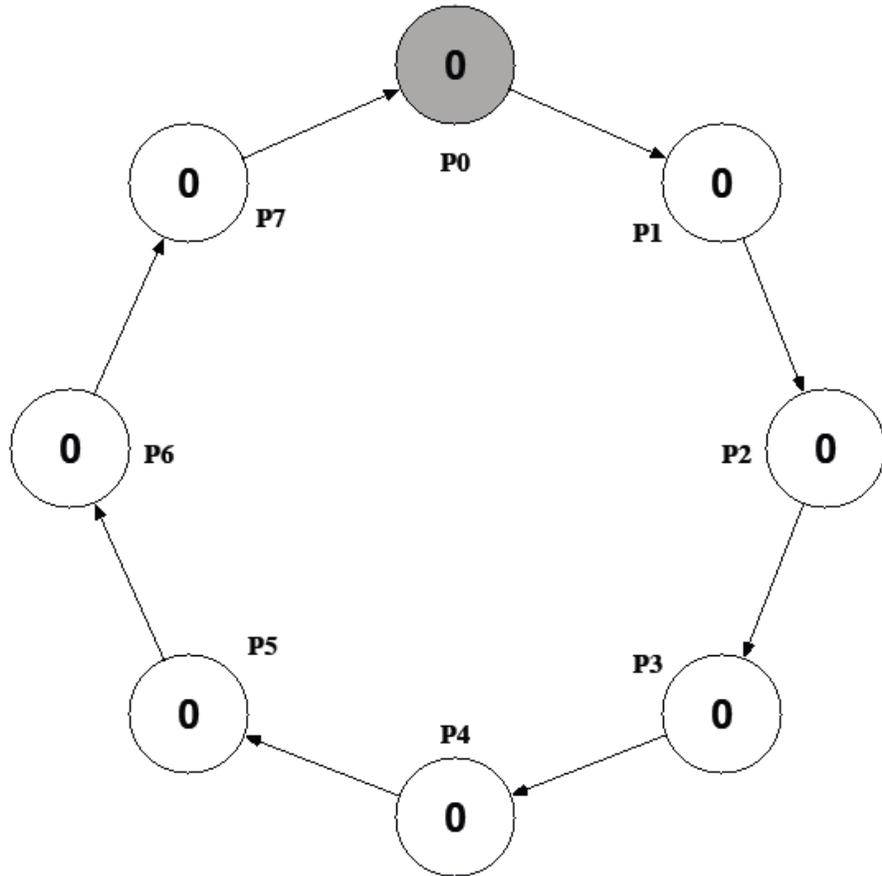
# Cas $F = 0$ : Exemple



Par définition, si  $F = 0$ , alors  $S = \emptyset$ , c'est-à-dire aucun processus non racine ne détient un jeton.

Par conséquent,  $p_0$  est l'unique processus détenant un jeton d'après le lemme 1.

# Cas $F = 0$ : Exemple



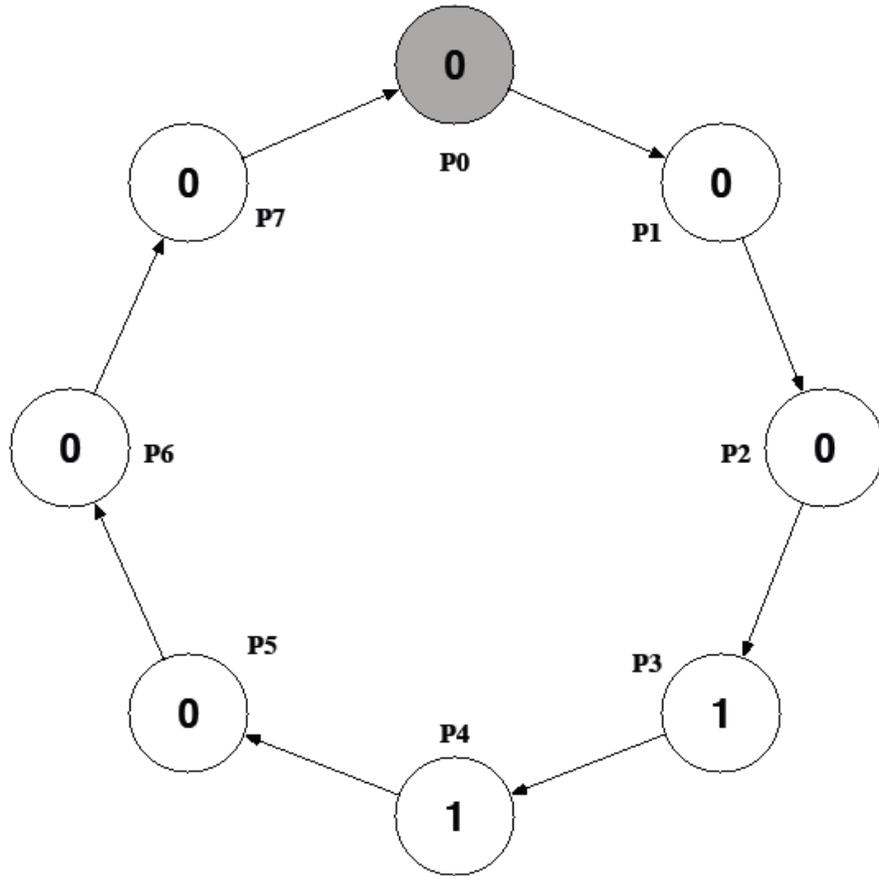
Par définition, si  $F = 0$ , alors  $S = \emptyset$ , c'est-à-dire aucun processus non racine ne détient un jeton.

Par conséquent,  $p_0$  est l'unique processus détenant un jeton d'après le lemme 1.

Ainsi,  $p_0$  est le seul processus activable et par suite, il exécute une action lors du pas suivant, contradiction.

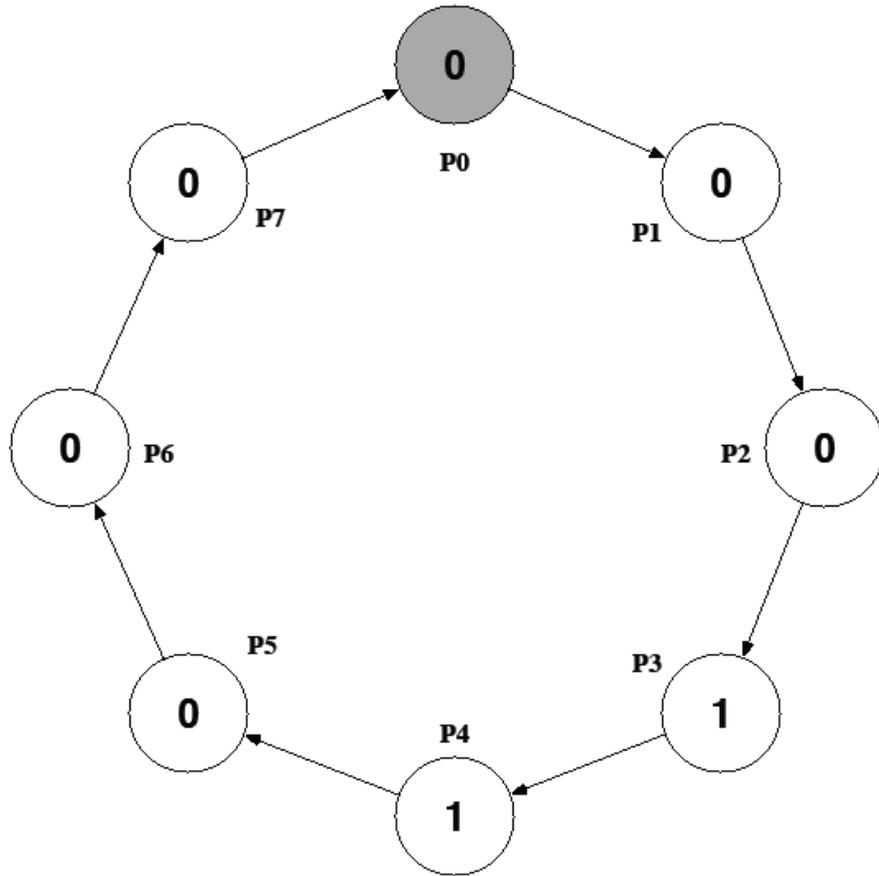
# Cas $F > 0$ , exemple

Valeur de  $F$  ?

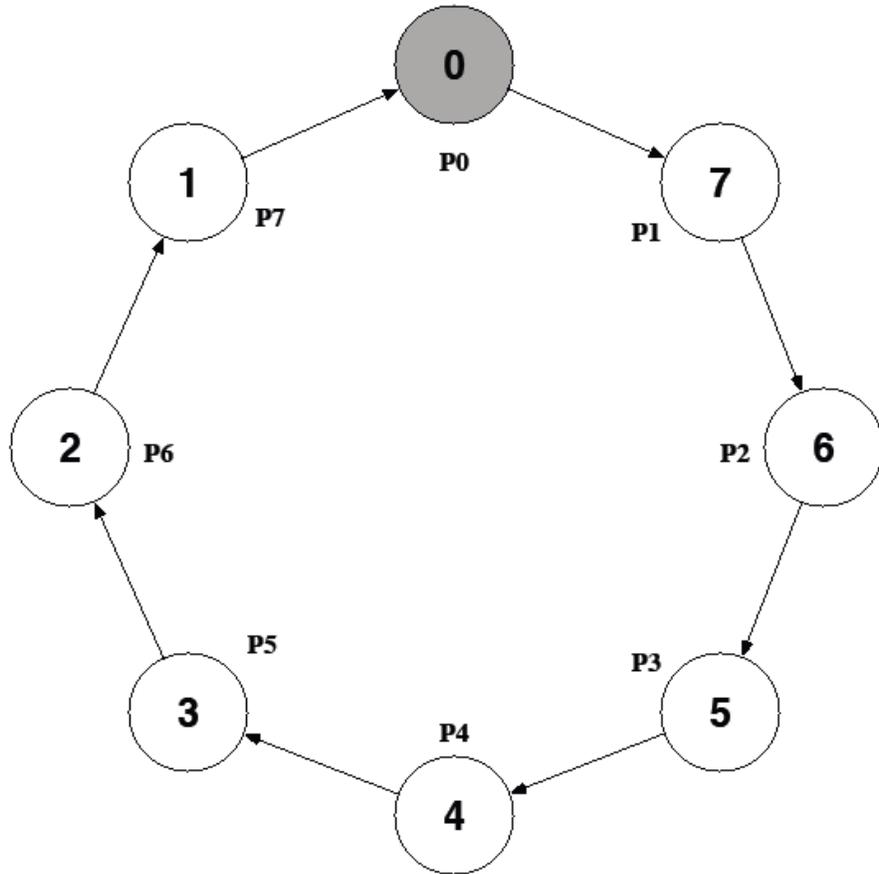


# Cas $F > 0$ , exemple

Valeur de  $F$  ? **8**



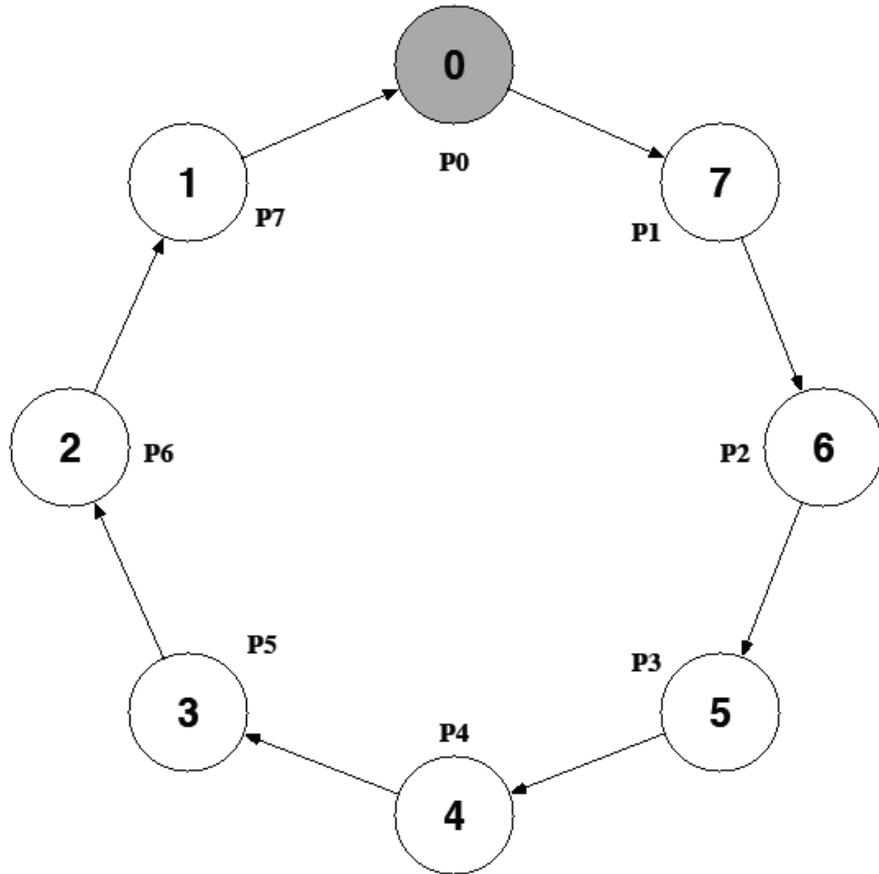
# Cas $F > 0$



Dans ce cas, à chaque pas de calcul, la valeur de  $F$  diminue d'au moins 1 (voir plus dans le cas où un jeton disparaît).

Or, la valeur maximum de  $F$  est bornée par  $n(n-1)/2$ .

# Cas $F > 0$



Dans ce cas, à chaque pas de calcul, la valeur de  $F$  diminue d'au moins 1 (voir plus dans le cas où un jeton disparaît).

Or, la valeur maximum de  $F$  est bornée par  $n(n-1)/2$ .

Donc, après un nombre borné de pas, on retrouve le cas précédent, contradiction.

# Convergence (2/2)

Lemme 4 : Toute exécution contient une configuration de L.

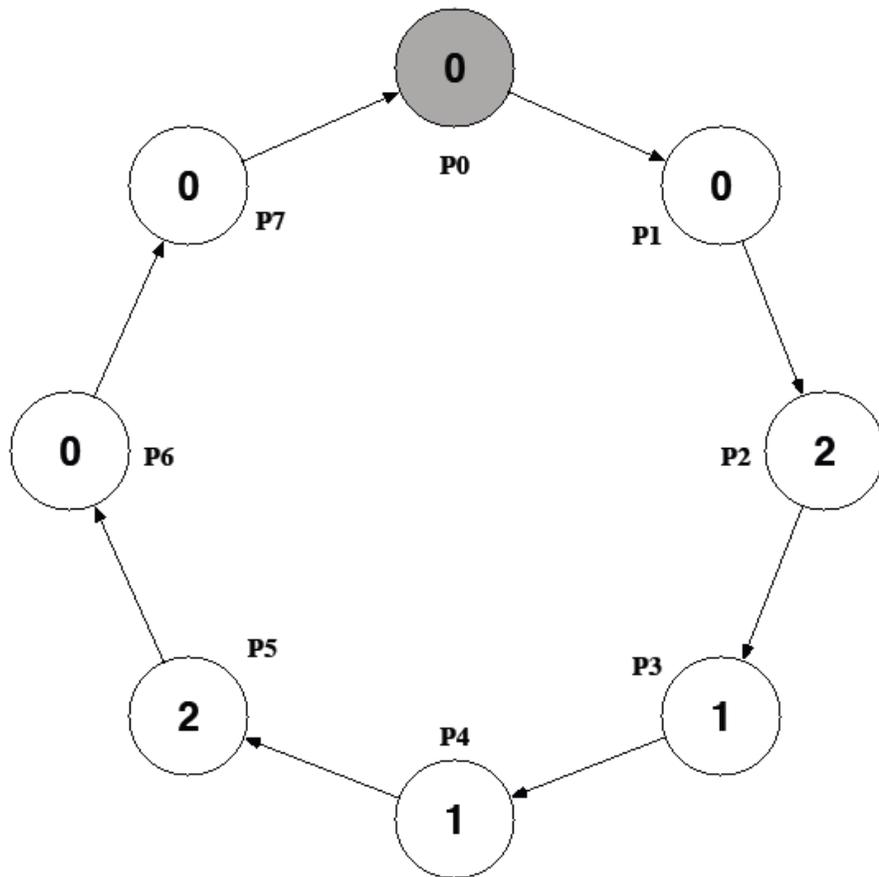
# Convergence (2/2)

Lemme 4 : Toute exécution contient une configuration de L.

**Preuve.** Soit  $\gamma$  une configuration.

Soit  $VNR(\gamma) = \{\gamma.v_{p_i} \mid i > 0\}$ , où  $\gamma.v_{p_i}$  est la valeur de  $v$  sur le nœud  $p_i$  dans la configuration  $\gamma$ .

# Convergence (2/2)



Valeur de VNR ? {0, 1, 2}

$|VNR(\gamma)| < n$  (on ne compte pas P0 dans VNR).

# Convergence (2/2)

Preuve (suite)

$$|VNR| < n.$$

Puisque P0 exécute une infinité d'actions (lemme 3) où il incrémente sa valeur modulo K (par définition de l'algorithme) et que le nombre d'éléments du domaine de v (au moins  $K \geq n$ ) est strictement supérieur à  $|VNR|$ , l'exécution atteint nécessairement une configuration où  $v_{p0}$  n'appartient pas à VNR.

A partir de cette configuration, la prochaine fois que P0 sera activable (cela arrivera d'après le lemme 3), le système se retrouvera dans une configuration où tous les processus auront la même valeur dans leur variable v.

# Convergence (2/2)

Preuve (suite et fin)

A partir de cette configuration, la prochaine fois que P0 sera activable (cela arrivera d'après le lemme 3), le système se retrouvera dans une configuration où tous les processus auront la même valeur dans leur variable  $v$ .

Par définition, une telle configuration appartient à  $L$ .

# Conclusion

D'après, les lemmes 2, 4 et la remarque 1, nous avons :

**Théorème 1** : L'algorithme de Dijkstra est autostabilisant pour la circulation de jeton dans un anneau orienté enraciné sous l'hypothèse d'un démon distribué inéquitable.

# Complexité (1/4)

$$F = \sum_{i \in S} (n - i), \text{ où } S = \{i \mid i \neq 0 \wedge \text{Token}(p_i)\}$$

- Lorsque  $F = 0$ ,  $P_0$  est le seul processus activable
- Si  $F > 0$ , alors  $F$  décroît à chaque étape et  $F$  est bornée par  $n(n-1)/2$

$P_0$  incrémente  $v_{p_0}$  après au plus  $n(n-1)/2$  étapes des autres processus.

## Complexité (2/4)

Après  $n - 1$  incrémentations,  $v_{p_0}$  a pris  $n$  valeurs différentes. Donc, au moins une valeur différente de toutes celles présentes ailleurs dans le système.

Donc, lorsque  $p_0$  devient activable pour effectuer sa  $n^{\text{ième}}$  incrémentation, le système est nécessairement dans une configuration légitime.

D'où, un temps de stabilisation inférieur ou égal à :

$$n \times n(n-1)/2 + n - 1 \text{ soit } O(n^3) \text{ étapes de calcul.}$$

Cette borne peut être réduite à  $O(n^2)$  étapes de calcul. D'où un pire des cas en  $\Theta(n^2)$  étapes de calcul (cf., TD pour un pire des cas).

# Complexité (3/4)

Temps de stabilisation en **rondes** :

A chaque ronde, chaque jeton avance ou disparaît (cependant, au moins un ne disparaît jamais).

En au plus  $n - 1$  rondes, le système atteint une configuration « convexe ».

Au plus  $n - 2$  rondes plus tard (le temps nécessaire pour propager la valeur de la racine dans tout le système, sauf son prédécesseur), le système a stabilisé.

D'où, un temps de stabilisation en **au plus  $2n - 3$  rondes**.

# Complexité (3/4)

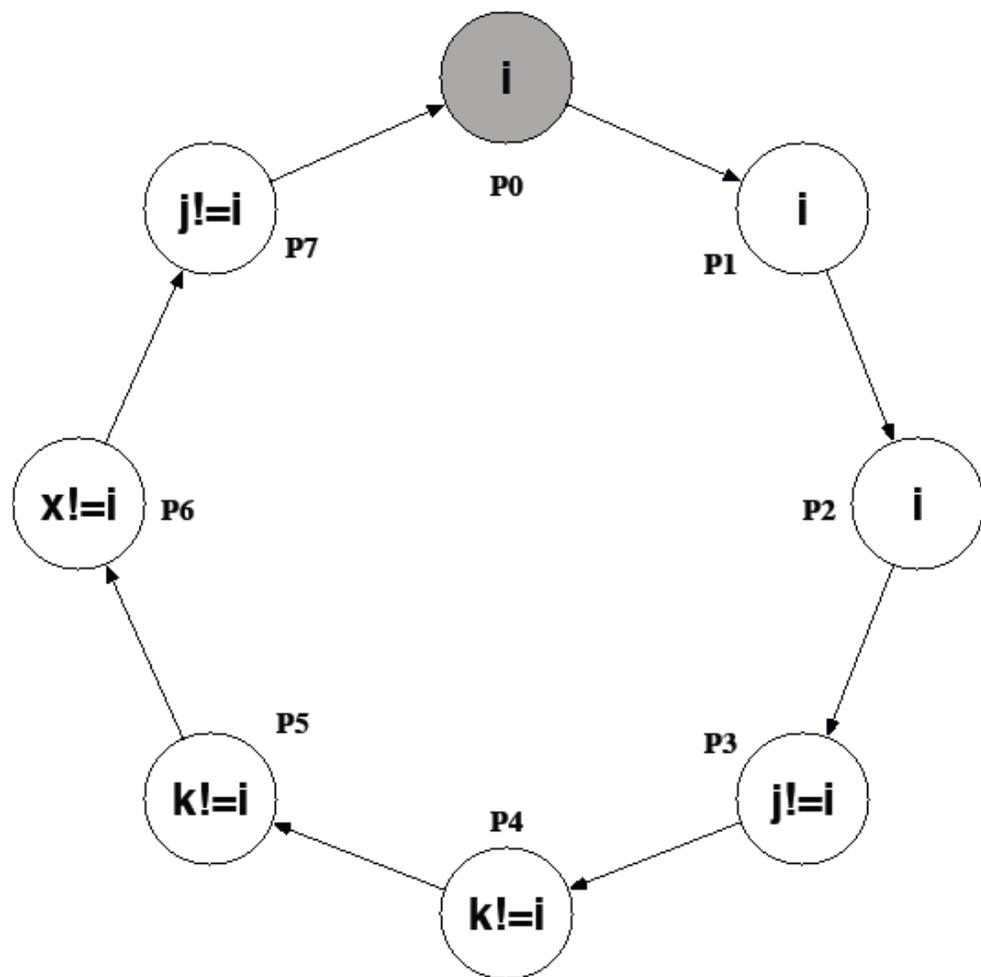


Illustration d'une configuration convexe

# Complexité (4/4)

	$V_{p0}$	$V_{p1}$	$V_{p2}$	$V_{p3}$	$V_{p4}$
Ronde 1	0	3	2	1	0
Ronde 2	1	0	3	2	1
Ronde 3	2	1	0	3	2
Ronde 4	3	2	1	0	3
Ronde 5	4	3	2	1	4
Ronde 6	4	4	3	2	1
Ronde 7	4	4	4	3	3
Ronde 8	4	4	4	4	3

Figure – Pire des cas (synchrone) pour  $K \geq n = 5$

# Avantages de l'autostabilisation

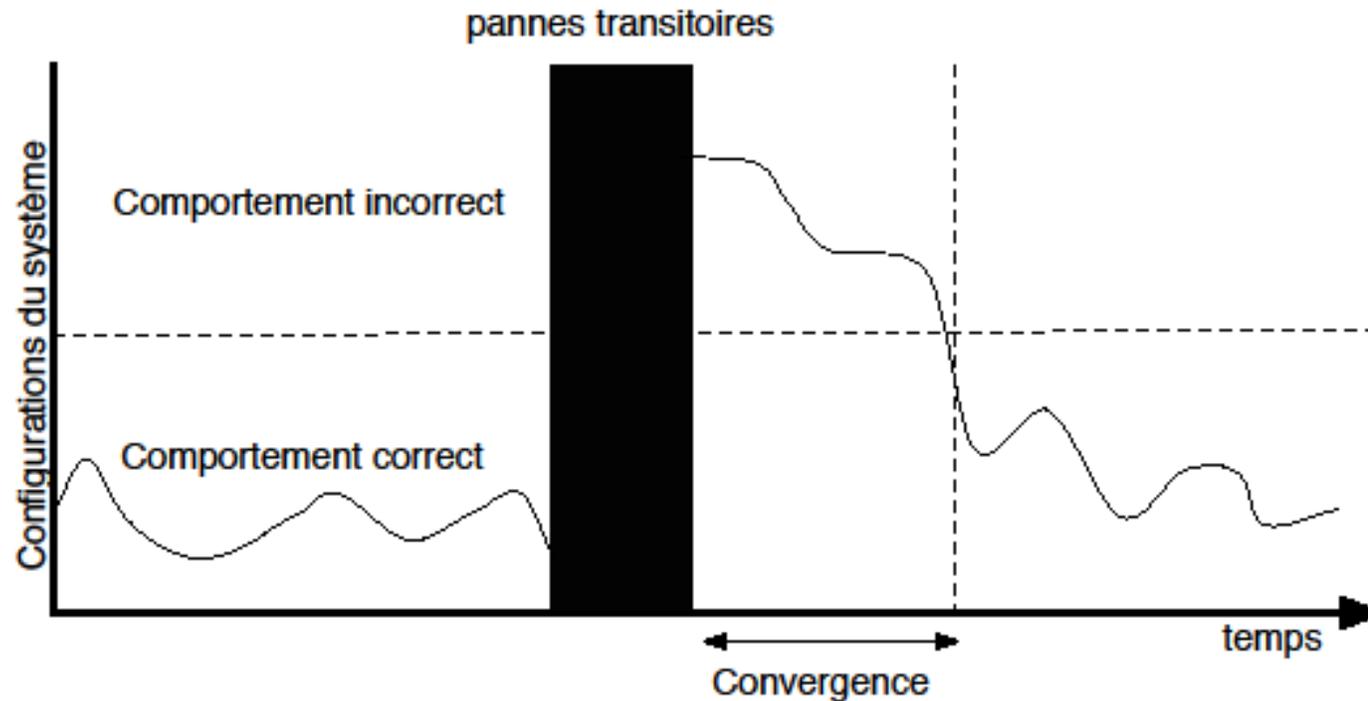
# Intérêt fondamental : tolérance aux fautes transitoires

Une faute **transitoire** est une faute non définitive qui altère le contenu du composant du réseau (processus ou canal de communication) où elle se produit.

Une autre caractéristique importante des fautes transitoires est qu'elles sont supposées **rare**s par opposition aux fautes intermittentes qui sont aussi non définitives mais supposées fréquentes.

Par exemple, une perte de message non-fréquent ou la corruption d'une partie de la mémoire locale d'un processus peuvent être considérées comme des fautes transitoires.

# Intérêt fondamental : tolérance aux fautes transitoires



Important : On suppose que les fautes transitoires n'altèrent pas le code de l'algorithme.

# Autres avantages

## Pas besoin d'initialisation :

Dans un système distribué, cette phase est critique, en particulier lorsque le réseau est un système à large-échelle où des milliers de nœuds peuvent être géographiquement distants.

## Tolérance à la dynamique :

De nombreux algorithmes autostabilisants, notamment les algorithmes de calcul de tables de routages ou d'arbres couvrants, tolèrent une certaine dynamique du réseau au cours de l'exécution, **à condition que cette dynamique soit non silencieuse et de fréquence peu élevée.**

La dynamique se définit en termes d'ajouts et/ou suppressions de nœuds et/ou de canaux de communications.

# Les inconvénients de l'autostabilisation

# Approche non masquante

Les algorithmes autostabilisants ne masquent pas l'effet des fautes qu'ils subissent.

Ainsi, les fautes transitoires provoquent une perte de sûreté temporaire : aucune garantie n'est a priori donnée sur les calculs effectués durant la phase de stabilisation.

Ainsi, l'objectif est de concevoir des algorithmes offrant un temps de stabilisation le plus petit possible.

# Type de fautes

Tout algorithme autostabilisant tolère les fautes transitoires.

En revanche, la plupart des algorithmes autostabilisants ne sont pas conçus pour tolérer d'autres types de fautes, notamment lorsque les fautes sont définitives (arrêt, comportement byzantin) ou intermittentes.

De ce fait, la plupart des algorithmes autostabilisants deviennent totalement inopérants en présence de telles fautes.

# Non détection de la stabilisation

A part dans des cas très simples, un processus ne peut pas localement décider si le système est dans une configuration légitime.

# Conclusion

Pour plus d'informations

