

Conception d'algorithmes en langage de programmation C++

Modélisation et simulation de comportements physiques
(mécanique, thermique, électrique, ...)

Master 2 - Génie Industriel
Industrie Numérique
INstitut Supérieur des Sciences Et Techniques (UPJV)

Pr Mohamed Guessasma

Septembre 2024



- Quand est-ce qu'on va toucher le sol ?
- Bientôt !
- ???



Température à la surface du soleil $> 10^6$ °C



Contexte

Modélisation mécanique

Bille en chute libre sans contact

Bille en chute libre avec contact (bille/paroi)

Modélisation thermique 1

Conductance de contact bille/paroi

Cycles de chauffe et de refroidissement

Étude paramétrique (force normale et matériau)

Modélisation thermique 2

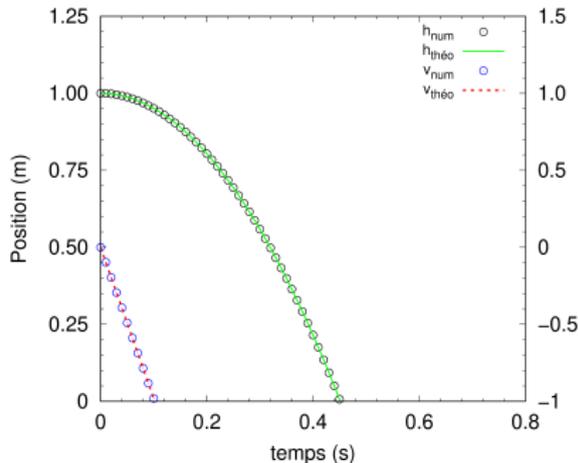
Conductance de contact et effet du fluide bille/paroi

Chute libre d'un corps solide sans contact

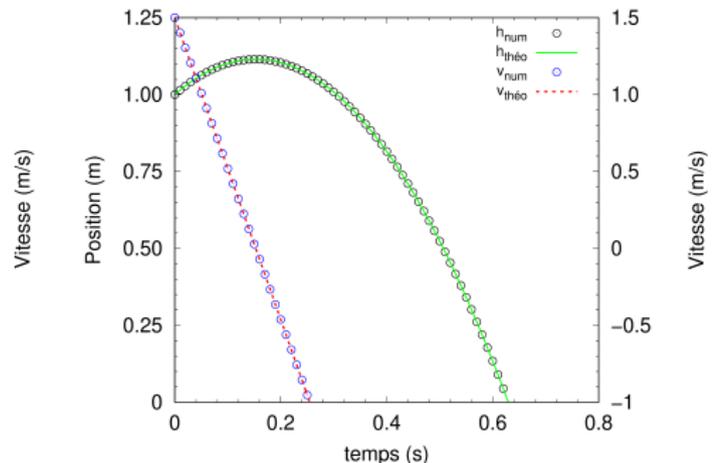
Étude du mouvement d'une sphère soumise à l'accélération gravitationnelle \vec{g} :

$$h_0 = 1 \text{ m} ; R_b = 5.10^{-2} \text{ m} ; v_0 = [0 - 1.5] \text{ m/s} ; g = 9.81 \text{ m/s}^2 ;$$

$$\Delta t = 10^{-3} \text{ s} ; t_{total} = 1 \text{ s} ; h(t) = -g\frac{t^2}{2} + v_0 t + h_0 ; v(t) = -gt + v_0$$



(a) $v_0 = 0 \text{ m/s}$



(b) $v_0 = 1.5 \text{ m/s}$

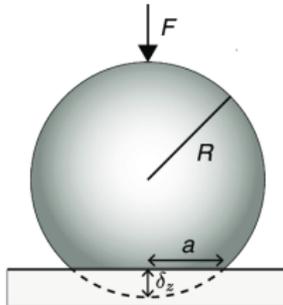
Chute libre d'un corps solide avec contact

Étude du mouvement d'une sphère soumise à l'accélération gravitationnelle \vec{g} avec prise en compte de l'interaction sphère/plan :

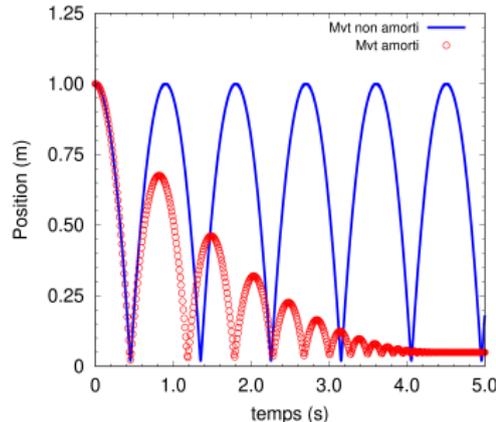
$$R_b = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m} ; \rho = 2700 \text{ kg/m}^3 ; F_n = -k_n \delta_n - c_n v_n ;$$

$$m = \rho V ; k_n = \frac{4}{3} E^* \sqrt{R_b \delta_n} \left(\text{avec } \frac{1}{E^*} = \frac{1-\nu_s^2}{E_s} + \frac{1-\nu_p^2}{E_p} \right) ;$$

$$c_n = \sqrt{\frac{10}{3}} \psi \sqrt{\frac{3}{2} k_n m} ; \psi = \ln \alpha_e / \sqrt{\ln^2 \alpha_e + \pi^2} ; \alpha_e = 0.8$$



(a) sphère/plan



(b) Contact A/N/A

Pas de temps critique : systèmes dynamiques oscillatoires

Le pas de temps critique Δt_{crit} est calculé par rapport à la pulsation maximale d'oscillation ω_{max} . La détermination de ω_{max} nécessite un développement analytique plus élaboré. Afin de simplifier les calculs, on peut raisonnablement faire le choix de substituer à ω_{max} la pulsation propre $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

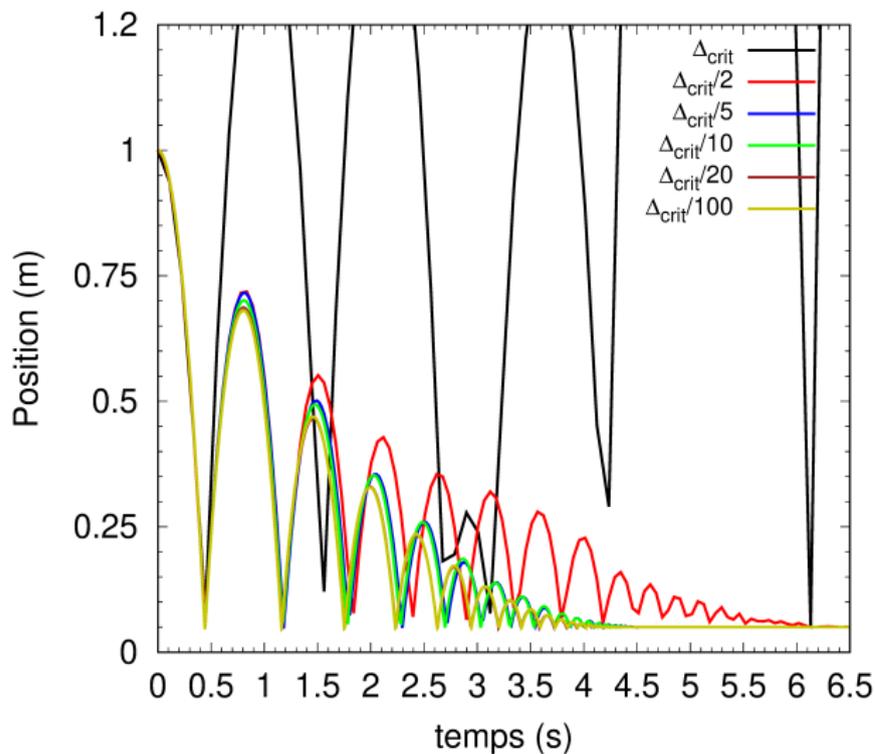
- ▶ Dans le cas non amorti, Δt_{crit} est donné par la relation suivante : $\Delta t_{crit} < \frac{2}{\omega}$.
- ▶ Dans le cas amorti, on a une réduction de Δt_{crit} :

$$\Delta t_{crit} < \frac{2}{\omega} \left(\sqrt{1 + \zeta^2} - \zeta \right), \text{ avec } \zeta = \frac{c}{c_{crit}} \text{ le rapport du coefficient d'amortissement par le coefficient d'amortissement critique}$$

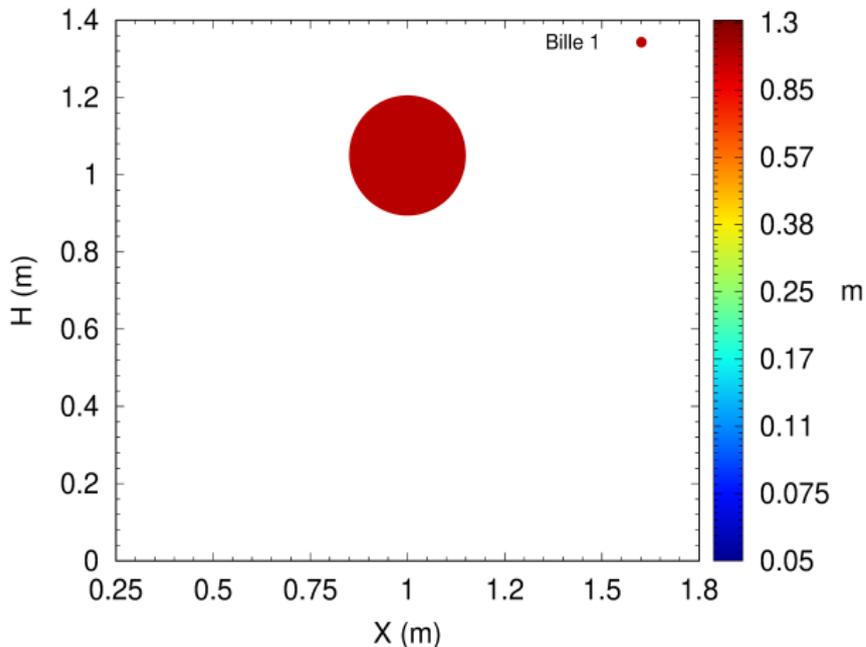
$$c_{crit} = 2\sqrt{k \times m}$$

Il est admis de choisir un pas de temps tel que : $\Delta t = 0.5 \times \Delta t_{crit}$

Influence du pas de temps sur la qualité de la solution



Animation cinématique (cliquez sur l'image)



Contexte

Modélisation mécanique

Bille en chute libre sans contact

Bille en chute libre avec contact (bille/paroi)

Modélisation thermique 1

Conductance de contact bille/paroi

Cycles de chauffe et de refroidissement

Étude paramétrique (force normale et matériau)

Modélisation thermique 2

Conductance de contact et effet du fluide bille/paroi

Transfert thermique bille/plan

Étude du transfert thermique dans une bille, initialement à la $T_0 = 25^\circ\text{C}$, en contact avec une paroi chauffée à une température $T_p = 100^\circ\text{C}$. Formulation thermique et schéma d'intégration :

1. Loi de Fourier : $mC_p \frac{dT}{dt} = Q_{ext} + Q_{p \rightarrow b}$
2. Schéma d'intégration : $T_{t+\Delta t} = T_t + \frac{\Delta t}{C_p \rho V} (Q_{ext} + H_c (T_p - T_t))$

$$H_c = \frac{4 r_{Hertz}}{\left(\frac{1}{\lambda_s} + \frac{1}{\lambda_w}\right)}$$

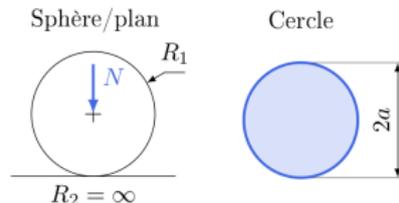
conductance de contact, λ_s , λ_w conductivités

thermiques de la bille et de la paroi. T_t et $T_{t+\Delta t}$ températures de la bille à t et $t + \Delta t$

$$a_{Hertz} = \sqrt[3]{\frac{3\pi}{4} (k_1 + k_2) R_b F_n}$$

avec $k_i = \frac{1 - \nu_i^2}{\pi E_i}$

(b) Rayon de contact

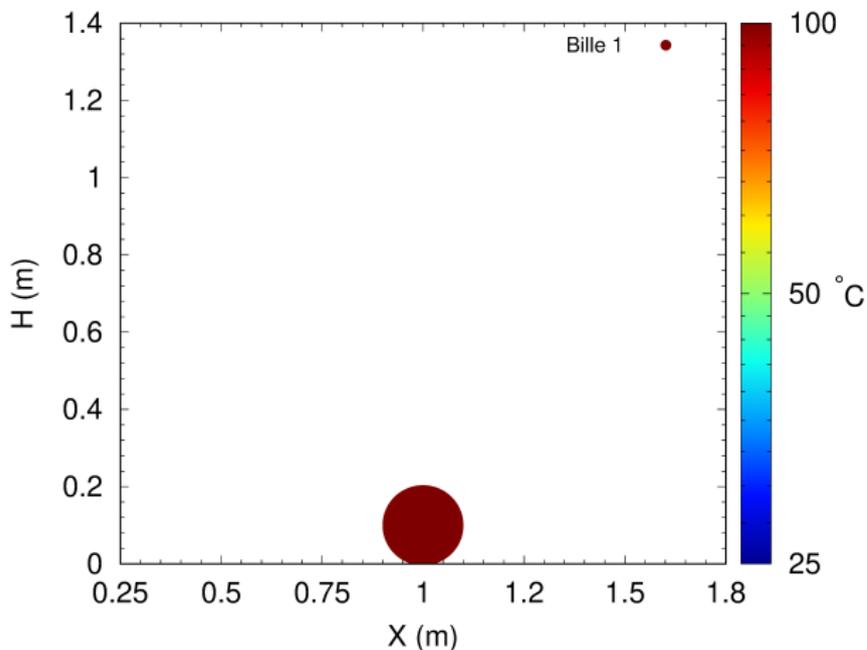


(a) contact sphère/plan

Pas de temps critique : transfert thermique en régime transitoire

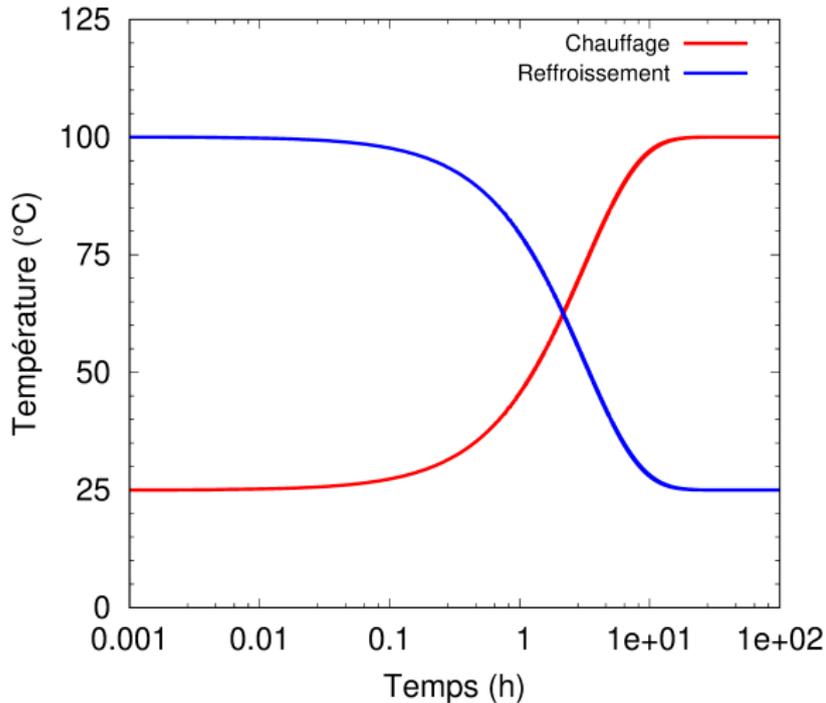
Le schéma d'intégration temporelle des équations de la chaleur est stable à condition que le pas de temps Δ_t soit strictement inférieur au pas de temps critique Δ_{crit} . L'expression de Δ_{crit} est la suivante : $\Delta_{crit} = \frac{\rho C_p L^2}{\lambda}$ avec L la taille de discrétisation minimale. Dans le cadre de cette étude (bille en contact avec une paroi chauffante) L est équivalente au rayon de la bille.

Animation thermique bille/plan (cliquez sur l'image)

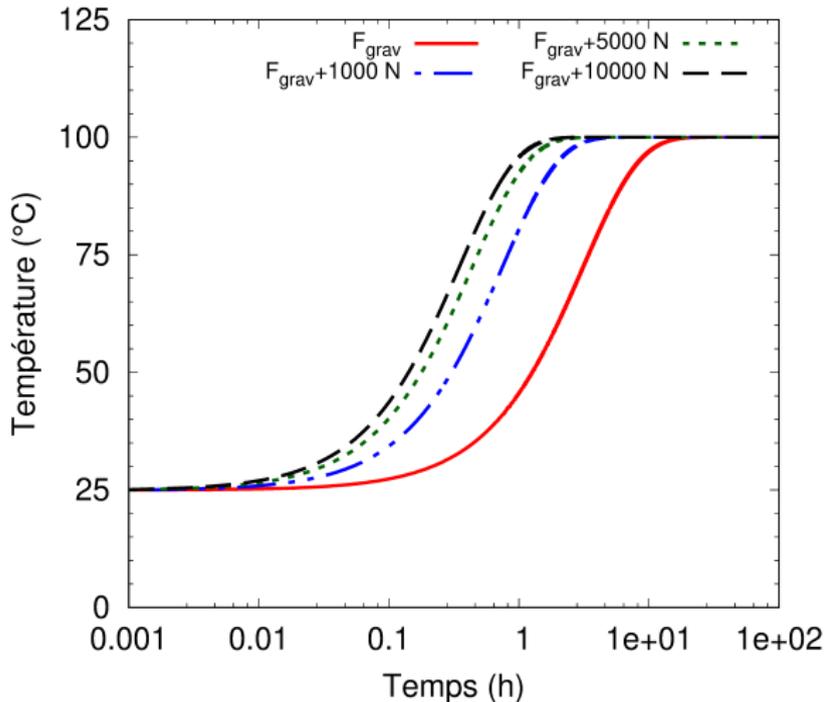


Température : $H = f(T^\circ)$

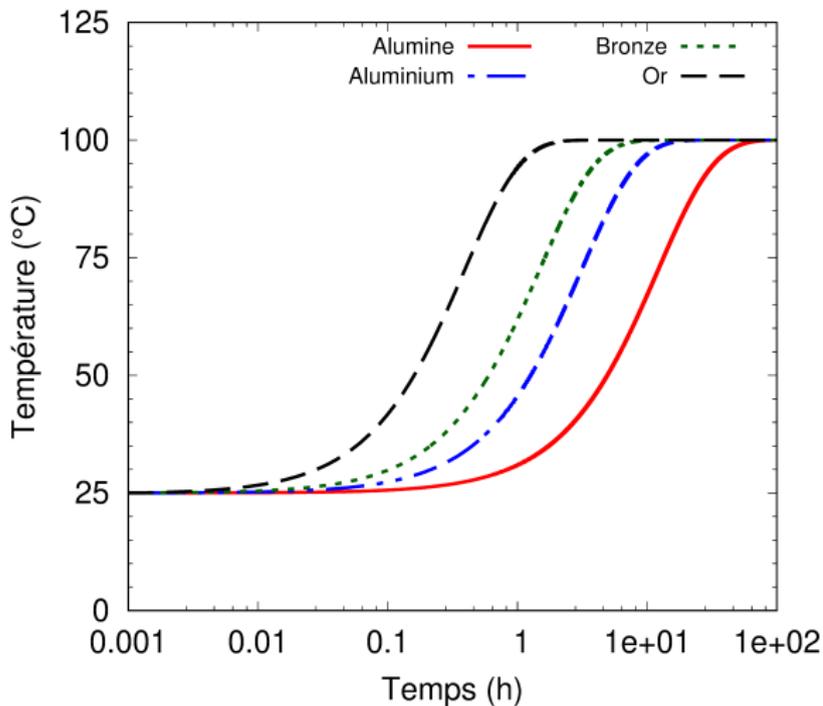
Paroi chauffante/refroidissante (cas de l'aluminium)



Influence de la force normale (cas de l'aluminium)



Influence du matériau ($F_n = cste$)



Contexte

Modélisation mécanique

Bille en chute libre sans contact

Bille en chute libre avec contact (bille/paroi)

Modélisation thermique 1

Conductance de contact bille/paroi

Cycles de chauffe et de refroidissement

Étude paramétrique (force normale et matériau)

Modélisation thermique 2

Conductance de contact et effet du fluide bille/paroi

Loi de Fourier

La modélisation de l'échange de thermique bille/paroi est donnée par l'équation de suivante :

$$m_b C_p \frac{dT}{dt} = Q_{ext} + Q_{bp} + Q_{bfp}$$

avec m_b : masse de la bille ; C_p : chaleur spécifique de la bille ; T : la température ; t : le temps ; Q_{ext} : flux extérieur ; Q_{bp} et Q_{bfp} : flux thermiques resp. par conductance **bille/paroi** et par conduction **bille/fluide/paroi**.

Dans ce qui va suivre seul le flux thermique dû au fluide Q_{bfp} sera développé. La contribution par conductance Q_{bp} est identique à celle développée précédemment.

Conduction thermique par le fluide

$$Q_{bfp} = H_f (T_p - T_b^t)$$

avec $H_f = 2\pi\lambda_g \times \bar{Q}_{pfb} \times R_b$; λ_g : conductivité thermique du fluide (fine couche d'air au voisinage de la paroi)

et $\bar{Q}_{pfb} = \frac{\bar{r}_s^2 - \bar{r}_{in}^2}{2\bar{s}} + \sqrt{1 - \bar{r}_{out}^2} - \sqrt{1 - \bar{r}_s^2} + (1 - \bar{\delta}_n) \ln \left(\frac{1 - \bar{\delta}_n - \sqrt{1 - \bar{r}_{out}^2}}{1 - \bar{\delta}_n - \sqrt{1 - \bar{r}_s^2}} \right)$

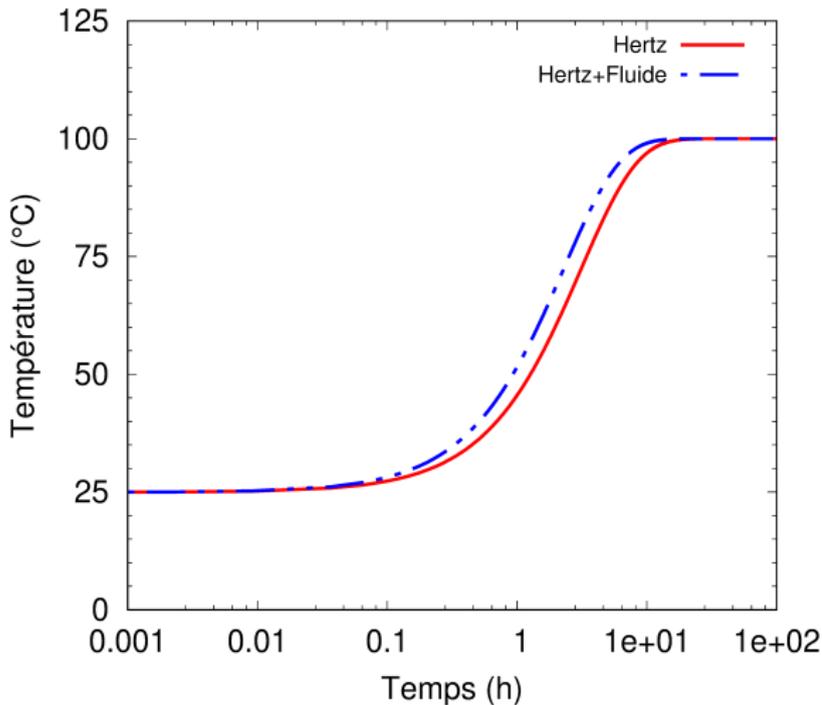
; $\bar{\delta}_n = \frac{\delta_n}{R_b}$: δ_n : interpénétration normale bille/paroi ;

$\bar{r}_{out} = \sqrt{\bar{r}_{len}^2 - (1 - \bar{\delta}_n)^2}$; $\bar{r}_{in} = \sqrt{1 - (1 - \bar{\delta}_n)^2}$;

$\bar{r}_s = \sqrt{1 - (1 - \bar{\delta}_n - \bar{s})^2}$; $\bar{s} = 0.001, 0.002$: rapport de l'épaisseur uniforme de la couche de fluide par le rayon de la bille R_b ;

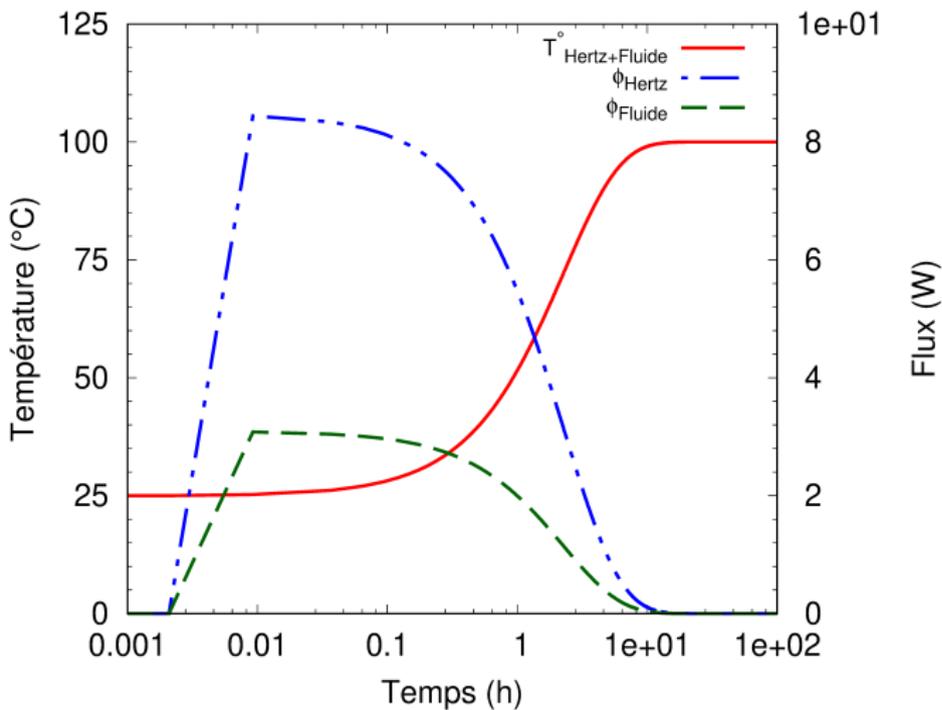
$\bar{r}_{len} \in [1.01 - 1.09]$: rapport du rayon de la couche de fluide enveloppant la bille par R_b .

Évolution de la T° avec et sans contribution du fluide



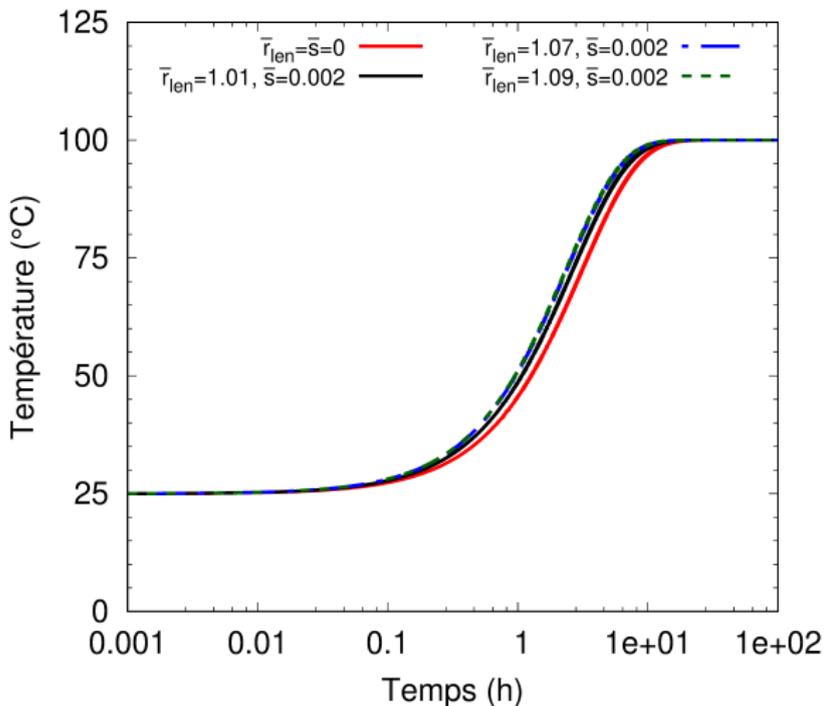
Paramètres du modèle fluide : $\bar{s} = 0.001$ et $\bar{r}_{len} = 1.07$

Évolution de la T° et flux thermiques (Hertz et fluide)



Paramètres du modèle fluide : $\bar{s} = 0.001$ et $\bar{r}_{len} = 1.07$

Étude paramétrique : $\bar{r}_{len} \in [1.01 - 1.09]$



Merci de votre attention