ANNALES 2018-2019

SEMESTRE 5 ET 6 PHYSIQUE

PHYSIQUE/CHIMIE – SPI

EEA-MAEN

SESSION 1

SEMESTRE 5 :

- OUTILS MATHEMATIQUES
- ELECTROMAGNETISME DANS LA MATIERE
- ASTROPHYSIQUE
- PHYSIQUE SUBATOMIQUE
- MECANIQUE ANALYTIQUE
- LANGAGE C
- AUTOMATIQUE CONTINUE
- ELECTROTECHNIQUE
- TECHNIQUES NUMERIQUES DE CALCULS
- MICROCONTROLEUR

SEMESTRE 6 :

- TRAITEMENT DU SIGNAL
- AUTOMATISME
- COMMANDE NUMERIQUE
- MECANIQUE DES SYSTEMES
- SYSTEMES D'EXPLOITATION
- CONVERSION D'ENERGIE
- INTRODUCTION A LA ROBOTIQUE
- THERMODYNAMIQUE ET APPLICATIONS
- PHYSIQUE QUANTIQUE
- TECHNIQUES NUMERIQUES DE CALCUL

UFR Scences Amiens, Licence-3 de Physique, 2018/19,
Examen de OUTILS MATHEMATIQUES
Les documents ne sont pas autorisés

Ecrivez les réponses dans les cadres et ajoutez cette feuille á la copie

Exercice 1.
Trouver la solution de l'équation:

$$u_t = 4u_{xx}$$

si $x \in (-\infty, \infty)$ et $u(x,0) = xe^{-x^2/4}$

Exercice 2.
Trouver la solution de l'équation:

$$\Delta u = 0$$

l'extérieur du cercle avec $R = 2$ si
$\partial u/\partial r_{R=2} = \sin^3 \varphi$

Exercice 3.
Trouver la solution de l'équation:

$$u_{tt} - u_{xx} = 0, \quad t > 0, \quad 0 < x < 1$$

si $u(x,0) = f(x)$, $u_t(x,0) = 0$, $u(0,t) = u(1,t) = 0$
ou $f(x) = 0$ si $0 < x < 1/4$; $f(x) = 1$ si $1/4 < x < 3/4$; $f(x) = 0$ si $3/4 < x < 1$;

Université de Picardie Jules Verne
UFR des Sciences
Licence 3 Physique
2018 - 2019
Electromagnétisme dans la matière

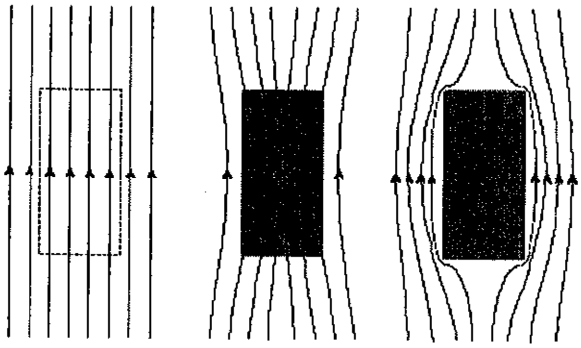
Examen

Aucun document autorisé. Calculatrices non autorisées.

Partie 1

Questions de cours

A) Voici les lignes de champ magnétiques autour de et dans trois matériaux différents symbolisés par les zones rectangulaires. Comparer la perméabilité magnétique μ à celle du vide μ_0 dans chacun des cas. Quel cas correspond au diamagnétisme ?



B) Que veut dire « milieu magnétique idéal ? Quelle est la relation qui relie l'aimantation ***M*** et le champ ***H*** pour un tel milieu ?

C) Tracer le cycle complet d'un matériau ferromagnétique dans un diagramme ***M-H*** en indiquant l'aimantation rémanente et le champ coercitif.

Exercice

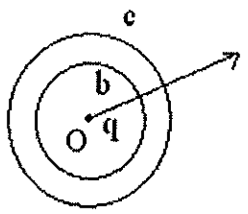
Rappel des équations de Maxwell :

$$div\,\vec{D} = \rho_L \qquad div\,\vec{B} = 0 \qquad \overrightarrow{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad \overrightarrow{rot}\,\vec{H} = \vec{j}_L - \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

1) Que signifient respectivement ρ_L et j_L ?
2) Ecrire les relations respectives entre a) ***D***, ***E*** et ***P*** b) ***B***, ***H*** et ***M***.
3) Ecrire les relations respectives entre ***D*** et ***E*** et ***B*** et ***H*** pour un matériau linéaire, homogène, isotrope (LHI).
4) Ecrire les équations de Maxwell pour un diélectrique LHI non-magnétique en absence de charges et de courant libres.
5) En utilisant la relation rot rot **X** = grad div **X** – Δ**X** écrire l'équation de propagation pour ***E***.
6) En supposant une solution d'onde plane de forme $Re\left(\boldsymbol{E_0} e^{i(kx-\omega t)}\right)$ de cette équation, simplifier cette équation dans le cadre d'un repère orthonormé.
7) En déduire la relation de dispersion $k(\omega)$ en fonction de ε. Ecrire l'indice de réfraction *n* en fonction de la permittivité relative ε_r.

Partie 2

On place une charge q en un point O. Un diélectrique LHI de permittivité ε occupe le volume compris entre les sphères de centre O et de rayons b et c $(c > b)$.



1) Déterminer, en tout point, les champs $\vec{E}$, $\vec{D}$ et $\vec{P}$ ainsi que les densités volumiques puis surfaciques de charges de polarisation. On s'aidera du théorème de Gauss.

2) On remplace la charge q par un conducteur sphérique de centre O et de rayon a $(a < b < c)$ porté au potentiel V_0. En prenant en compte la continuité du potentiel électrostatique, montrer que la charge Q_0 apparaissant sur le conducteur s'écrit :

$$Q_0 = \frac{4\pi V_0}{\frac{1}{\varepsilon_0 a} + \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon\varepsilon_0}\right)\left(\frac{b-c}{bc}\right)}$$

La divergence d'un vecteur $\vec{A}$ en coordonnées sphériques est :

$$div\,\vec{A} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2 A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta\, A_\theta) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\varphi}{\partial\varphi}$$

Université de Picardie J. Verne *Décembre 2018*
Licence de Physique III

Examen final d'Astrophysique
Documents et téléphones portables non autorisés. Durée : 2h

Partie 1

Exercice 1. Boule de matière homogène.

On considère une distribution volumique uniforme de matière (masse volumique μ) répartie à l'intérieur d'une sphère de centre O et rayon a. On prendra l'origine des potentiels au centre de la sphère.

1- Calculer le champ de gravitation et le potentiel en tout point intérieur à la sphère. En appliquant le théorème de Gauss, on montrera que le champ de gravitation en un point M situé à la distance $r<a$ du centre ($\vec{r}=\overrightarrow{OM}$) est de la forme (on donnera l'expression de la constante k)

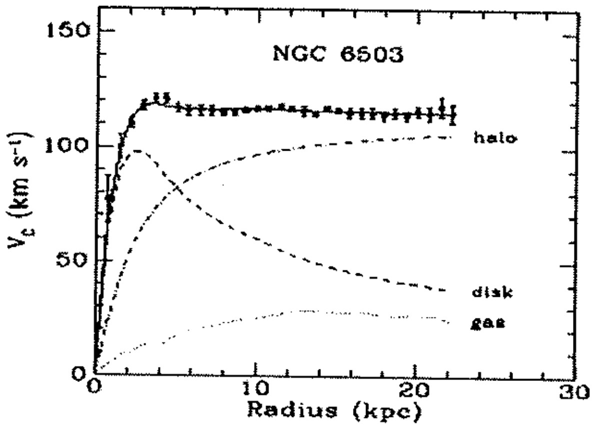
$$\vec{G}(M)=-k\vec{r}$$

2- En déduire le potentiel gravitationnel $\phi(M)$.

3- Calculer l'énergie potentielle gravitationnelle de cette distribution.

Exercice 2. Saturation des courbes de rotation galactiques

La figure ci-dessous représente la courbe (typique) de rotation d'une galaxie spirale.



Elle fournit les variations de vitesse en fonction de la distance au centre de la galaxie du gaz interstellaire (courbe la plus basse) comparée à la courbe de vitesse (en trait plein) des étoiles extérieures au bulbe central. La courbe de rotation dénommée « disk » est celle prédite par la théorie de Newton.

1- Quelle particularité remarquable présente-t-elle (lorsqu'on la compare à la prédiction newtonienne) ?

2- La courbe « halo » représente l'effet d'un halo de matière « noire » supposé expliquer la saturation des vitesses de rotation. Au sein de ce halo la matière « noire » est distribuée avec une densité,

$$\rho_{halo}(r) = K/(r^2 + r_c^2)$$

où r_C est une longueur caractéristique de la distribution de matière noire.

i- Quelle est la masse de matière noire concentrée dans une sphère de rayon a ?

ii- Que devient cette masse lorsque a est infini ? Interpréter le résultat.

iii- Calculer le champ de gravitation au sein du halo « sombre » à grande distance $r \gg r_C$ à partir de l'équation de Poisson ou du théorème de Gauss.

iv- En déduire la vitesse asymptotique V_∞ de rotation d'une étoile (i.e. aux grandes distances) en fonction de la constante K et estimer cette constante à partir des données mesurées.

Partie 2

A) Question de cours

1) La puissance rayonnée par une étoile, assimilée à un corps noir de rayon R et température T, varie comme :

$$\frac{L}{L_{\odot}} = \left(\frac{R}{R_{\odot}}\right)^{\alpha} \left(\frac{T}{T_{\odot}}\right)^{\beta}$$

Quelles sont les valeurs de a et b ? Justifier votre réponse dans les deux cas.

2) Parmi les valeurs de magnitude apparente a) -26,7, b) -12.7 c) -1.4 d) 6,
classer les objets suivants : Lune, Etoile à la limite de perception à l'œil nu, Sirius, Soleil.
3) Quels équilibres stellaires déterminent le fonctionnement d'une étoile ?

Exercice 1

Soit un amas globulaire globulaire observable sous un angle apparent de 15'. Sa magnitude visuelle apparente est $m_v = 8.2$ et sa magnitude absolue $M_v = -5.7$.

1) Calculer sa distance en al puis son diamètre.

2) Calculer la magnitude absolue du Soleil.

3) Estimer la luminosité de l'amas en luminosités solaires

Exercice 2

Un panneau solaire d'un satellite en orbite terrestre reçoit environ 1360 W/m² par le rayonnement solaire si l'incidence du faisceau est perpendiculaire.
1) Quelle est la puissance de rayonnement produite à la surface du Soleil ?
2) En déduisant sa luminosité ainsi que l'énergie produite au cours d'un an.

Exercice 3 : estimation de la durée de vie du soleil

L'énergie solaire est produite par la transmutation exothermique de l'hydrogène en hélium, suivant la réaction nucléaire globale : $4\,H_1^1 \rightarrow He_2^4 + 2\,e^-$. Cette transmutation donne le bilan en masse (en unité de masse du proton) : 4 x 1.00813 $\rightarrow$ 1 x 4.00389. Cette réaction s'accompagne d'une perte de masse Δm, transformée en énergie E selon la relation E = mc².

1) Calculer la production d'énergie solaire correspondant à la transmutation d'un kg d'hydrogène.

2) A partir de la luminosité du Soleil donner une estimation de la quantité d'hydrogène transformée par seconde.

Rappels de cours

La différence de magnitude de deux astres, A et B, s'exprime en fonction des flux respectifs E_i :

$$m_A - m_B = -2.5 \log \frac{E_A}{E_B}$$

$R_{\odot} \approx 6.96\times10^8$ m, UA $\approx 149.6\times10^9$ m

Université de Picardie Jules Verne   Lundi 17 décembre 2018

Licence de Physique L3

Examen de Physique Subatomique 2018

1ère session

Rédiger sur deux copies séparées les exercices et questions des parties 1 et 2.

Partie 1

Désintégration à deux corps

On considère le mode de désintégration hadronique du méson B chargé en deux particules:

$B^+ \rightarrow J\backslash\psi + K^+$.

1) Déterminer l'expression littérale de l'énergie du $J\backslash\psi$ et du K dans le référentiel où le méson B est au repos.
2) Faire le calcul en utilisant les masses suivantes : m_B=5.3GeV/c^2, $m_{J\backslash\psi}$=3.1GeV/c^2, m_K=0.5GeV/c^2.

Partie 2

Questions

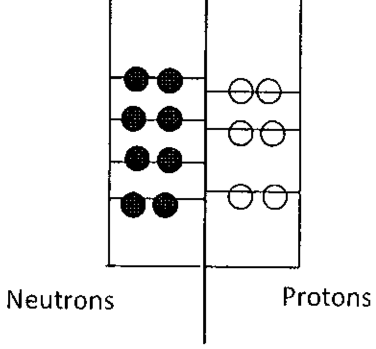
1- Décrire qualitativement le modèle de la goutte liquide et les divers termes (signification physique) de la formule de Von Weiszäcker en précisant leur effet sur la cohésion du noyau atomique.

2- Rappeler sans refaire les calculs les principales étapes du calcul du terme d'asymétrie dans le modèle de la goutte liquide (hypothèses de base, différence entre les puits de confinement des protons et des neutrons, origine physique des effets décrits par ce terme et discussion du résultat).

3- Que signifie le fait que le proton et le neutron appartiennent à un même doublet d'isospin ?

4- Décrire les principaux types de désintégration radioactive.

Exercice 1. Confinement des nucléons



Dans la version la plus simple du modèle de Fermi du noyau, les protons et les neutrons forment deux gaz parfaits quantiques indépendants (voir figure ci-contre) confinés dans le volume nucléaire modélisé par un puits de potentiel de profondeur V_0.

On se propose ici d'étudier l'effet de la répulsion coulombienne entre les protons en montrant qu'un noyau assez lourd stable présente un léger excès de neutrons.

Université de Picardie Jules Verne
Licence de Physique, S5

Année Universitaire : 2018-2019

Examen

MECANIQUE ANALYTIQUE

Durée : 2h

Exercice 1 : Systèmes de deux masses

Dans cet exercice on veut étudier le mouvement de roulement sans glissement d'une sphère S de rayon r et celui d'un point matériel de masse m qui se déplace à l'intérieur de la sphère S. Cette sphère est remplie d'un liquide de masse totale M et se déplace dans une cavité sphérique de rayon R. Des précautions sont prises pour évite pendant tout le mouvement de la sphère, des turbulences du liquide. Ce liquide introduit cependant, un amortissement visqueux de coefficient de viscosité γ sur le mouvement de la masse m. Les mouvements de la masse m et du centre d'inertie de la sphère, se déroulent dans un même plan. On négligera la masse de la paroi de la sphère S et les forces de frottement de la masse m sur celle-ci. L'origine du repère d'étude est prise au point O comme indiqué sur la Figure 1, ci-après.

1° Écrire le Lagrangien du système.

2° En déduire les équations de Lagrange du système.

3° Écrire l'Hamiltonien du système.

4° Linéariser (à l'ordre 2) les équations de Lagrange pour des petits mouvements.

5° En déduire les équations d'Hamilton du système.

6° Déterminer les fréquences propres des modes d'oscillations du système.

7° Pour quelles conditions, a-t-on un mouvement suramorti ?

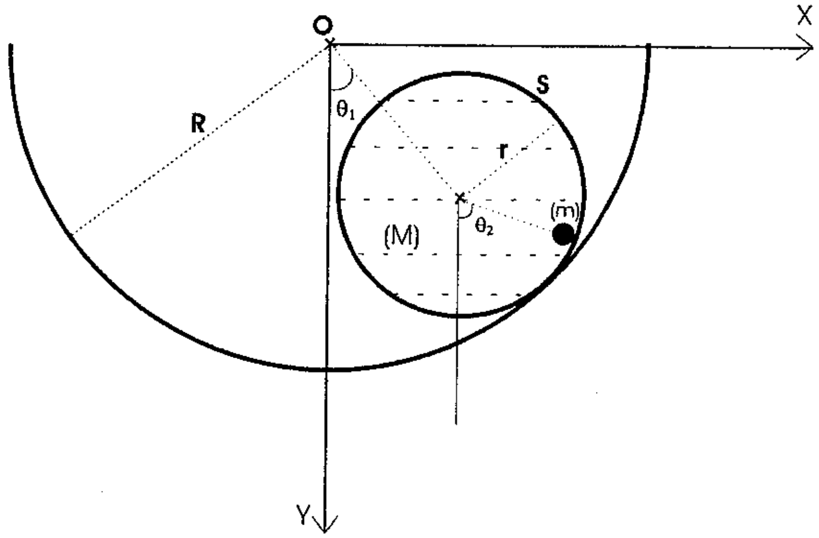


Figure 1 : Sphere M amortissant la masse m

Exercice 2 : Pendules couplés

On considère un système formé de deux pendules identiques de longueur ℓ couplés par un ressort de masse négligeable et de constante de raideur k. Ce ressort relie les deux pendules comme indiqué sur la Figure 2, c'est à dire à la position ℓ directement sur les deux masses. Les positions des masses m des pendules sont repérées par les angles θ_1 et θ_2 comptés à partir de la verticale.

1° Donner l'expression du Lagrangien L du système et le linéariser pour des petites valeurs des coordonnées généralisées θ_1 et θ_2.

2° Écrire les équations du mouvement du système.

3° Calculer les fréquences d'oscillations du système.

4° Écrire les lois horaires solutions du système.

5° Décrire les modes d'oscillations du système.

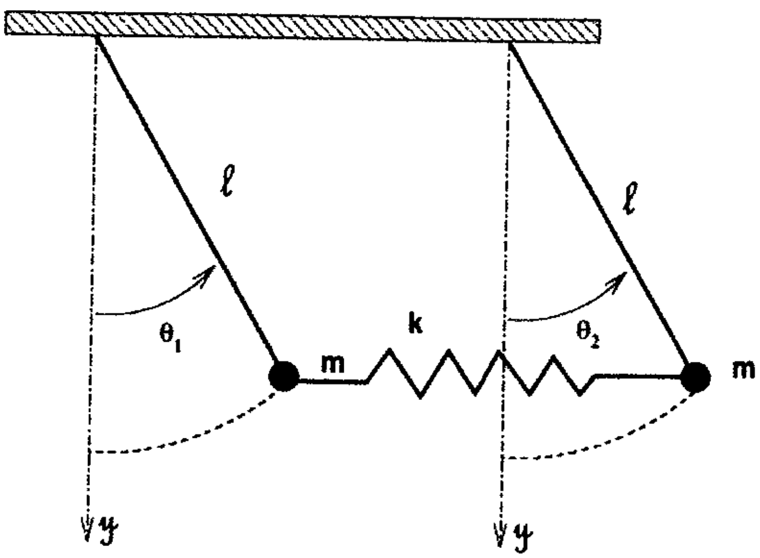


Figure 2 : Pendules couplés

Université de Picardie Jules Verne
L3 – SPI – parcours 3EA

17 décembre 2018
Sans document

Examen d'informatique – Durée : 1^h30
A. Potelle

Exercice 1 :
Les années bissextiles comportent 366 jours contre 365 pour les années non bissextiles. On demande d'écrire un programme qui à partir d'une année entrée au clavier (on vérifiera qu'elle est strictement positive) affiche un message à l'écran permettant de savoir si celle-ci est bissextile ou pas. On définit les années bissextiles comme : « Toutes les années divisibles par 4, sauf les siècles à l'exception des siècles divisibles par 4 ». Par exemple, les années suivantes sont bissextiles : 1904, 2000 et 2020 ; par contre 1900 et 2018 ne sont pas bissextiles.

Exemple d'affichage :
```
Entrer une année : -10
Entrer une année : 0
Entrer une année : 2018
Cette année n'est pas bissextile
```

Exercice 2 :
Ecrire un programme permettant de simuler un jeu de dés très simple appelé « jeu du plus fort dé ». Les règles du jeu peuvent être énoncées ainsi : « deux joueurs identifiés par leur prénom lancent chacun un dé (valeur comprise entre 1 et 6) en même temps. Le joueur qui obtient la plus grande valeur marque 1 point. En cas d'égalité, aucun joueur ne marque de point. Le jeu s'arrête lorsque qu'un des joueurs marque un total de 10 points. Le nom du gagnant est alors affiché ».

Pour simuler le lancement d'un dé, il faut être capable de générer un nombre aléatoire[1] entier compris entre 1 et 6. Pour cela, on demande d'écrire une fonction de prototype « *int NbAleatoire(int min, int max);* ». *min* et *max* correspondent aux bornes (incluses) dans lesquelles a lieu le tirage aléatoire. La valeur aléatoire entière retenue est renvoyée par la fonction.

On supposera que les prénoms des joueurs peuvent être composés (par exemple « Jean pierre ») mais que leur taille ne dépasse jamais 29 caractères.

Exemple d'affichage :
```
Entrer le prénom du joueur 1 : Sébastien
Entrer le prénom du joueur 2 : Alex

Tour n°1
Sébastien : 4 - Alex : 2
Score : 1 - 0

Tour n°2
Sébastien : 3- Alex : 6
Score : 1 - 1

Tour n°3
Sébastien : 3- Alex : 5
Score : 1 - 2
...
Alex gagne
```

[1] Il est possible d'utiliser la fonction de prototype « *int rand();* » fournie par la bibliothèque *<stdlib.h>*. Cette fonction renvoie un entier aléatoire compris entre *0* et *RAND_MAX* inclus (*RAND_MAX* est défini dans *<stdlib.h>* comme une constante au moins égale à 32767).

Exercice 3 :
On se propose d'écrire un programme permettant de manipuler les fonctions du second degré de la forme $f(x)=ax^2+bx+c$. Le problème est décomposé en plusieurs étapes. Il est demandé de lire toutes les questions avant de composer.

A- Une fonction du second degré est caractérisée par ses trois coefficients réels *a*, *b* et *c*. Proposer un type structuré nommé « *F2d* » pour stocker ces informations.

B- Un Point est caractérisé par ses deux coordonnées réelles *x* et *y*. Proposer un type structuré nommé « *Point* » pour stocker ces informations.

C- Il doit être possible de créer une fonction du second degré en saisissant au clavier les données la concernant (cf. exemple d'affichage). Proposer une fonction nommée « *SaisieFonct2Degre* » admettant aucun paramètre en argument et renvoyant une variable du type structuré « *F2d* ». Les trois coefficients devront absolument être non nuls.

D- Il doit être possible de calculer l'image $f(x)$ d'un réel « *x* ». Proposer une fonction nommée « *CalculImage* » admettant en argument une variable du type structuré « *F2d* » ainsi que la valeur de « *x* » et renvoyant une variable du type structuré « *Point* » initialisée avec les coordonnées $(x\ ;f(x))$.

E- Une fonction du second degré est représentée dans le plan cartésien par une parabole. Il doit être possible de trouver le sommet de la parabole de coordonnées $(\alpha;\beta)$. On a $\alpha=\frac{-b}{2a}$ et $\beta=f(\alpha)$. Ecrire une fonction nommée « *CalculSommetParabole* » qui admet en argument une variable du type structuré « *F2d* » et renvoie une variable du type structuré « *Point* » correspondant au sommet de la parabole. On utilisera la fonction « *CalculImage* ».

F- Si une fonction du second degré coupe l'axe des abscisses ($\Delta>0$), elle admet 2 racines réelles; si elle tangente l'axe des abscisses ($\Delta=0$), elle admet une racine double; sinon ($\Delta<0$) elle admet 2 racines complexes. Ecrire une fonction nommée « *AfficheNatureRacine* » qui admet en argument une variable du type structuré « *F2d* » et ne renvoie rien. Cette fonction affichera l'un des trois messages suivant : « 2 racines réelles », « 1 racine double » ou « 2 racines complexes ». On rappelle que $\Delta=b^2-4ac$.

G- Ecrire un programme (*main*) qui permet la saisie au clavier des caractéristiques d'une fonction du second degré, affiche les coordonnées du sommet et la nature des racines. Le format d'affichage à respecter est donné dans l'exemple ci-dessous.

Exemple d'affichage :

```
Entrer a, b et c : -2  -4   6
Sommet de la parabole : (-1 ; 8)
Cette fonction possède : 2 racines réelles
```

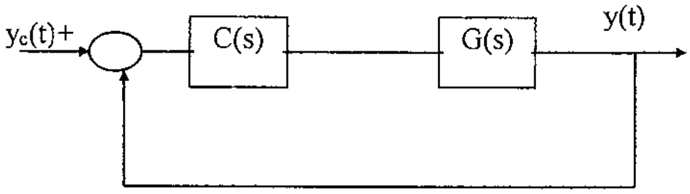
Université de Picardie Jules Verne
UFR des Sciences, Département EEA
Licence SPI, Parcours EEA

18 Décembre 2018

Examen d'Automatique Continue
Durée 2h, Documents restreints

Exercice 1 :

Soit le système asservi continu suivant :

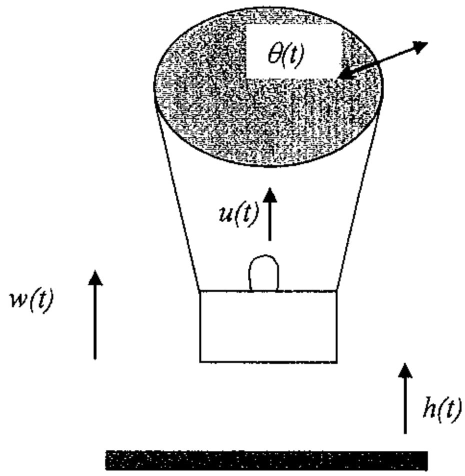


Avec $C(s) = K_p(1 + \frac{1}{T_i s})$ et $G(s) = \frac{s+15}{(s+10)(s+2)}$

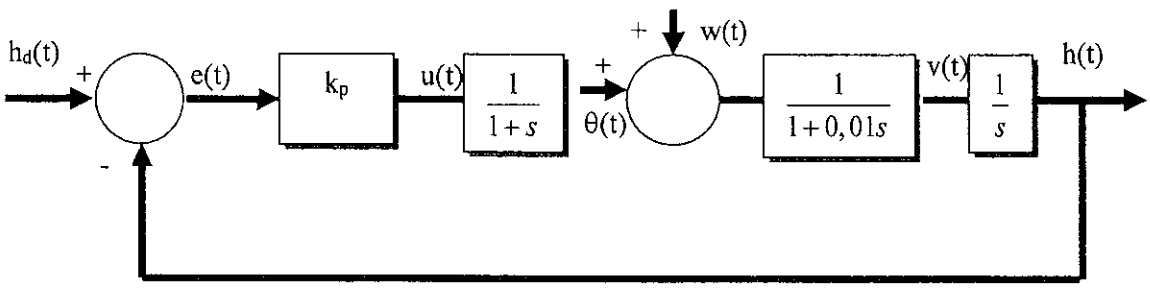
1) Déterminer le gain T_i du régulateur PI de façon à ce que son zéro compense le pôle dominant (dynamique lente) du système.
2) Tracer le lieu d'Evans du système asservi après compensation.
3) Calculer K_p aux points de rupture.
4) Discuter le comportement de la réponse indicielle du système asservi en fonction de K_p.
5) Pour K_p=20, Tracer la réponse indicielle du système asservi (préciser les valeurs de dépassement $D\% = e^{-\frac{\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$, le temps du premier pic $T_p = \frac{\pi}{\omega_0\sqrt{1-\xi^2}}$ et le gain statique K).

Problème

On considère le dispositif de régulation de l'altitude d'un ballon à air chaud suivant :



Dans une analyse simplifiée de la dynamique d'un ballon à air chaud, le schéma fonctionnel d'asservissement est :



Où : θ est la différence de température entre l'air dans le ballon et l'air extérieur (C°),
u est le signal de commande de la chaleur injectée (V)
v est la vitesse verticale du ballon (m/s)
w est la perturbation due à la vitesse du vent vertical (m/s)
h est l'altitude du ballon (m).

1) En notant $H(s)$, $W(s)$, $U(s)$ *et* $H_d(s)$ les transformées de Laplace respectives *de* $h(t)$, $w(t)$, $u(t)$ *et* $h_d(t)$, Ecrire la sortie $H(s)$ en fonction de $W(s)$ *et* $H_d(s)$.
2) On suppose que $w(t)=0$,
   a. Déterminer la fonction de transfert $G(s)=H(s)/U(s)$.
   b. Tracer le diagramme de Bode de $G(s)$.
   c. Pour $kp=1$, Calculer la marge de phase et la marge de gain du système asservi.
   d. On veut garantir une marge de phase de 45 deg, calculer la valeur de kp.
   e. Pour la suite, on prendra pour kp la valeur trouver dans la question précédente, Calculer l'erreur en position du système asservi et l'erreur de traînage.
   f. Tracer la réponse indicielle du système asservi (préciser le dépassement, le temps du premier pic et la pseudo-période).

<u>Durée 2h – Tous documents autorisés</u>

Exercice 1 Transformateur monophasé (6 points)

Les enroulements d'un transformateur **MONOPHASE** 1kVA, 550V/108V, 50Hz, dont on néglige les pertes fer et l'inductance magnétisante, ont les caractéristiques suivantes :

résistance du primaire : $R_1 = 5\Omega$,
inductance de fuite du primaire : $l_1 = 13.3mH$,
résistance du secondaire : $R_2 = 0.2\Omega$,
inductance de fuite du secondaire : $l_2 = 0.53mH$,

Par ailleurs sa tension secondaire à vide est de 110V lorsque son primaire est de 550V.

1) Calculer les éléments du schéma équivalent ramené au secondaire (R_S et X_S)
2) On connecte le primaire à une source 550V, 50Hz, et l'on charge le secondaire avec une impédance $(10 + j10)\Omega$. Calculer la tension aux bornes de la charge en précisant le facteur de puissance de l'ensemble.

Exercice 2 : Transformateur triphasé (6 points)

Les essais classiques d'un transformateur d'isolement triphasé Yy ont donné les résultats suivants :

- Essai à vide $U_1 = 380V$; $U_{20} = 400V$
- Essai en court-circuit $U_{1cc} = 19V$; $I_{2cc} = 4.5A$;$P_{cc} = 81W$

1) Calculer les valeurs de R_S et X_S du schéma équivalent ramené au secondaire.

2) Le transformateur alimenté au primaire sous 380V débite sur un récepteur triphasé de facteur de puissance $\cos(\varphi)$=0,8AR, un courant $I_2 = 4,5A$. Quelle sera la tension ENTRE PHASES au secondaire.

3) Le secondaire est maintenant chargé par 3 résistances identiques $R = 180\Omega$ couplées en triangle. La tension au primaire est toujours $U_1 = 380V$, quelles sont les nouvelles valeurs efficaces du courant de ligne et de la tension ENTRE PHASES au secondaire.

L3 SPI parcours EEA et ME - Examen d'électrotechnique du 19/12/2018

Exercice 3 : moteur à courant continu à excitation indépendante (5 points)

Un moteur à courant continu à excitation indépendante et constante est alimenté sous 240 V.

La résistance d'induit est égale à 0,5 Ω,
le circuit inducteur absorbe 250 W et les pertes collectives s'élèvent à 625 W.

Au fonctionnement nominal, le moteur consomme 42A et la vitesse de rotation est de 1200 tr/min.

1- Calculer :

- la f.e.m.
- la puissance absorbée, la puissance électromagnétique et la puissance utile
- le couple utile et le rendement

2- Quelle est la vitesse de rotation du moteur quand le courant d'induit est de 30A ? Que devient le couple utile à cette nouvelle vitesse (on suppose que les pertes collectives sont toujours égales à 625 W) ? Calculer le rendement.

Exercice 4 moteur à courant continu à excitation série (5 points)

On considère un moteur série bipolaire dont la constante de couple k est égal à 0.287 USI. La résistance de l'induit est égale à R_i = 0.3 Ω et celle de l'inducteur est de 0.5 Ω.

On utilise ce moteur sous tension constante V = 220 V pour lever une masse de 500 kg, au moyen d'un câble enroulé sur une poulie de 30 cm de diamètre et relié à l'axe du moteur par l'intermédiaire d'un réducteur de vitesse à engrenages, de rapport 1/15.

1) Quelle résistance additionnelle doit-on mettre en série dans le circuit pour que le courant de démarrage soit limité à 20 A.
2) Quelle est la valeur du couple développé par le moteur pour lever la masse ?
3) Quelles sont les valeurs de la vitesse et du courant consommé en régime permanent de montée ?

UNIVERSITÉ de Picardie Jules Verne

L3 SPI

Examen de Techniques Numériques de Calcul - Mardi 18/12/2018
Responsable : Jérôme BOSCHE - Université de Picardie Jules Verne

Consignes: Durée: 2 heures. Les documents de cours sont autorisés. **N'oubliez pas de reporter votre numéro d'étudiant sur la figure 1 si vous joignez cette dernière à votre copie.**

Les nombres complexes

On donne l'expression de $sin\theta$ en (1).

$$sin\theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i} \tag{1}$$

1. Montrer, à partir de (1), que l'expression de $sin^4\theta$ est telle que:

$$sin^4\theta = \frac{1}{8}(cos4\theta - 4cos2\theta + 3).$$

Équation différentielle du 1er ordre

2. Résoudre l'équation différentielle donnée en (2) en considérant $y(0) = 0$.

$$2\frac{dy(t)}{dt} - t.y(t) = -2(2t-1)e^{\frac{t^2}{4}} \tag{2}$$

Équation différentielle du 2nd ordre

3. Résoudre l'équation différentielle donnée en (3) en considérant $y(0) = -\frac{1}{4}$ et $\frac{dy(0)}{dt} = \frac{59}{18}$.

$$3\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 3\frac{dy(t)}{dt} - 6y(t) = t^2e^{-t} + e^t \tag{3}$$

Transformée de Laplace

4. A l'aide du tableau des transformées de Laplace rappelé ci-après, donner la transformée de Laplace inverse (soit $f(t)$) de $F(p)$ donnée en (4).

$$F(p) = -2\frac{p^3 - 9p^2 + 16p - 4}{(p^2+4).(p-4)^2} \tag{4}$$

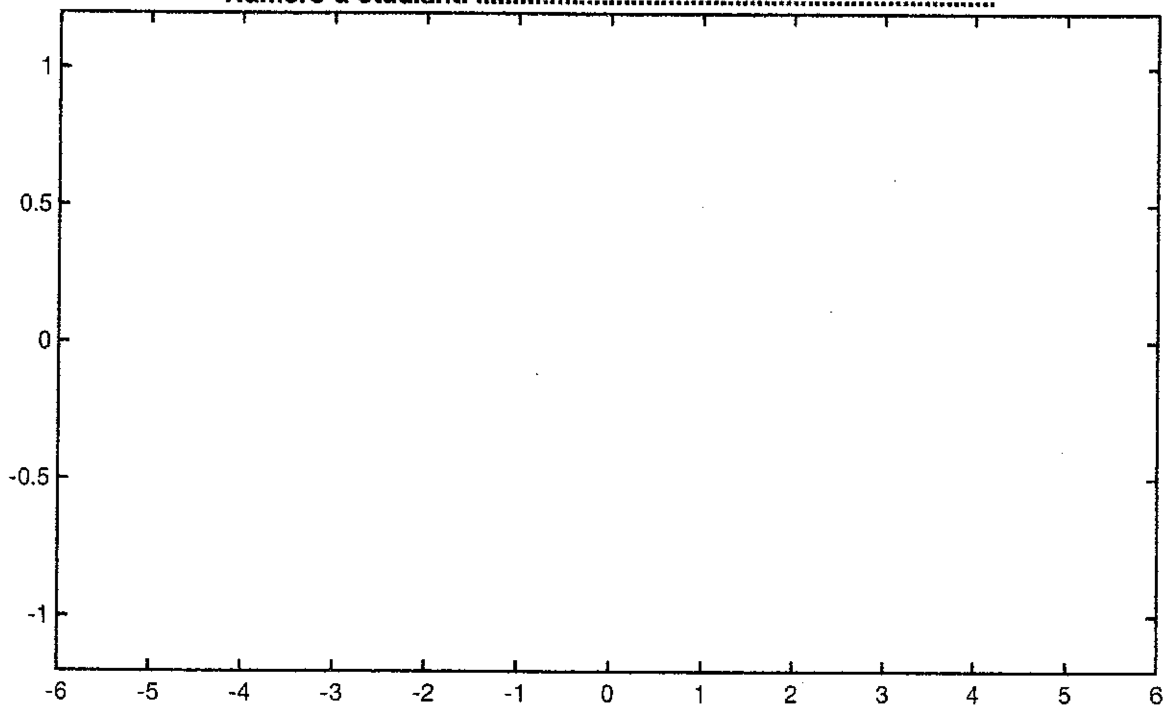
$f(t)$	$F(p)$	$f(t)$	$F(p)$
$\delta(t)$	1	$e^{-at}\sin(\omega t)\epsilon(t)$	$\dfrac{\omega}{(p+a)^2+\omega^2}$
$\epsilon(t)$	$\dfrac{1}{p}$	$e^{-at}\cos(\omega t)\epsilon(t)$	$\dfrac{p+a}{(p+a)^2+\omega^2}$
$t\epsilon(t)$	$\dfrac{1}{p^2}$	$t\sin(\omega t)\epsilon(t)$	$\dfrac{2\omega p}{(p^2+\omega^2)^2}$
$e^{-at}\epsilon(t)$	$\dfrac{1}{p+a}$	$t\cos(\omega t)\epsilon(t)$	$\dfrac{p^2-\omega^2}{(p^2+\omega^2)^2}$
$te^{-at}\epsilon(t)$	$\dfrac{1}{(p+a)^2}$	t^n	$\dfrac{n!}{p^{n+1}}$
$\sin(\omega t)\epsilon(t)$	$\dfrac{\omega}{p^2+\omega^2}$	$\cos(\omega t)\epsilon(t)$	$\dfrac{p}{p^2+\omega^2}$

Tableau des Transformées de Laplace

5. Représenter sur la *figure 1*, le signal $y(t)$ correspondant à l'exécution du code MATLAB ci-dessous:

```
t=[-5:1e-3:5];
y=heaviside(t+3)-heaviside(t+1)-heaviside(t-1);
plot(t,y)
```

Numéro d'étudiant: ....



✉ jerome.bosche@u-picardie.fr

Examen de microcontrôleur

Durée : 1h30 - Sans document.

1° Dans le cadre de la mise en œuvre d'une liaison série, que faut-il prévoir pour avoir une communication possible ? Bien préciser toutes les caractéristiques (2pts)

2° Quelles sont les deux caractéristiques principales d'une mémoire ? (critères de quantification) (2pts)

3° Pour utiliser une ligne de port parallèle sur une interface parallèle que faut-il définir ? (quatre éléments à préciser, pensez TP mais aussi cours) (2pts)

4° Quelles sont les différences entre les RAM dynamiques et les RAM statiques? (Deux éléments de réponse). (2pts)

5° Pendant les TPs ou les projets, on utilise un PicKit3, à quoi sert-il (deux éléments de réponse à détailler/expliquer). (2pts)

6° Dans l'écriture d'un programme en C avec CCS et une carte à microcontrôleur PIC on utilise une directive "#fuses", quelle est son rôle ? Citez deux paramètres que nous avons utilisés. (2pts)

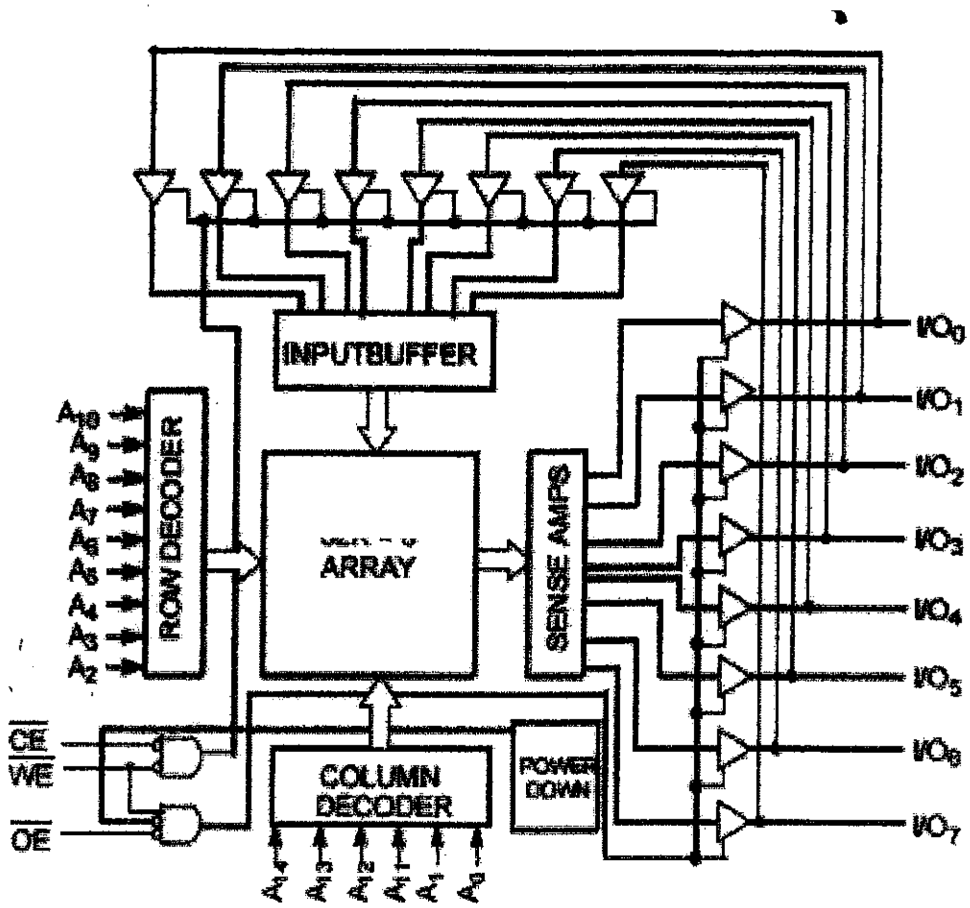
7° Tracez le chronogramme en sortie d'interface série (alimentation sous 5V) d'une liaison série asynchrone dont le débit binaire est de 2400b/s, format de données = 8 bits, sans parité avec un seul bit de stop pour l'octet $41. Précisez les échelles. Puis le même chronogramme en RS232. (2pts)

8° Caractériser la mémoire dont la documentation est en annexe. (2pts)

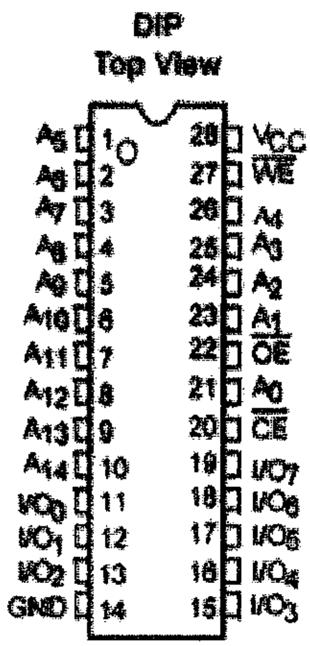
9° Dessinez deux schémas de câblage d'une LED sur une ligne de port parallèle et d'un bouton poussoir sur une autre ligne. On donnera un algorithme du contrôle de la led par le BP. (2pts)

10° Déterminez le temps de transmission minimum d'un fichier de 20ko sur une liaison série asynchrone à 9600b/s pour un format 8bits, 1 stop et pas de parité. On exprimera le temps en seconde. (2pts)

Schéma fonctionnel logique



Brochage:



1- Nous allons traiter l'effet de la répulsion coulombienne en supposant que la charge protonique emplit uniformément le volume du noyau : cela revient à assimiler le potentiel coulombien à un potentiel moyen créé par l'ensemble des protons.

a- Déterminer la distribution de champ électrique au sein du noyau à partir du théorème de Gauss.

b- En déduire que le potentiel coulombien est $V(\vec{r})=-\dfrac{1}{6\varepsilon_0}\rho r^2+C$. Calculer la constante C sachant que le potentiel coulombien extérieur est $\Phi(r)=\dfrac{Ze}{4\pi\varepsilon_0 r}$.

c- L'énergie potentielle totale du système de protons est alors donnée par $E_P^p=-Z(V_0+\frac{1}{2}e\langle V(\vec{r})\rangle)$ où l'on précisera la forme du potentiel moyen $\langle V(\vec{r})\rangle=\int_0^R V(r)4\pi r^2dr/\Omega$ en fonction du rayon nucléaire R et de son volume Ω. Montrer alors que les protons « voient » un puits de potentiel nucléaire effectif moins profond que celui des neutrons. On posera dans la suite $\frac{1}{2}e\langle V(r)\rangle=-W_c$.

2- Sachant que le niveau de Fermi des protons (resp. neutrons) est donné par $E_F^p=\dfrac{\hbar^2}{2m_p}(3\pi^2\dfrac{Z}{\Omega})^{2/3}$ (resp. $E_F^n=\dfrac{\hbar^2}{2m_p}(3\pi^2\dfrac{N}{\Omega})^{2/3}$) et est calculé par rapport au fond du puits de potentiel effectivement ressenti, montrer que pour un noyau lourd à l'équilibre[1] les nombres de protons et de neutrons vérifient la relation,

$$N^{2/3}-Z^{2/3}=\gamma\frac{Z}{A^{1/3}}$$

où γ est une constante que l'on calculera en fonction des données. En posant pour l'excès de neutrons $\Delta=N-Z$ tel que $\Delta\ll Z$, déterminer la relation $\Delta(Z)$.

3- Déduire de 2- qu'un noyau présentant un excès de protons est instable. Montrer qu'il peut évoluer vers l'état d'équilibre le plus proche par désintégration β^+ ou par capture électronique.

Exercice 2 (facultatif). Fission symétrique.

La fission naturelle d'un noyau (A,Z) donne souvent des fragments inégaux. Nous allons étudier ici le cas d'une fission symétrique où les fragments sont identiques de caractéristiques Z/2 et A/2. On négligera les termes correctifs de la formule semi-empirique de masse (terme d'appariement) et l'on adoptera comme valeur des paramètres a_V=15.56 MeV, a_S=17.23 MeV, a_A=23.6 MeV et a_C=0.7 MeV.

---

[1] L'état d'équilibre d'un gaz comprenant 2 types de fermions ou plus est caractérisé par l'égalité des niveaux de Fermi (de façon plus générale, l'égalité des potentiels chimiques).

1- Calculer l'énergie Q correspondant au défaut de masse entre le noyau père et les deux fragments de fission en fonction de Z et A. Quel doit être le signe de Q pour que la fission spontanée puisse avoir lieu ?

2- Que vaut Q pour le noyau $^{238}_{92}U$?

3- A partir de quelle valeur de Z^2/A le processus est-il possible ? En déduire un ordre de grandeur du A minimum rendant possible le processus.

4- Calculer l'énergie de répulsion coulombienne des deux fragments (A/2,Z/2) au moment du contact entre leurs surfaces.

5- En déduire l'énergie cinétique des deux fragments à cet instant.

6- Que devient alors la condition de fission ?

7- Le noyau $^{238}_{92}U$ n'obéit pas à cette condition. Il peut fissionner avec une probabilité faible associée à une période 10^{16} ans. Quel effet quantique explique sa fission ?

Département EEA UFR des Sciences
Université de Picardie Jules Verne
L3 : Traitement du signal
Année 2018-2019, le 6 Mai
A. Rabhi

UNIVERSITÉ de Picardie Jules Verne

Examen 1ère session : Traitement du signal

Exercice 1 :

Soit le signal $x(t) = (t\,e^{-t})u(t)$.
$u(t)$ est le signal échelon.

1°) Nous souhaitons déterminer sa transformée de Fourier $X(f)$ par plusieurs méthodes :

1.1 Calculer directement $X(f)$.
1.2 Calculer $x'(t)$, sa transformée de Fourier puis, en utilisant la propriété de dérivation, établir la relation entre $X(f)$ et $TF\,(e^{-t}u(t))$. Calculer la transformée de Fourier de $(e^{-t}\,u(t))$ et en déduire $X(f)$.

1.3 En posant $y(t) = e^{-t}\,u(t)$, à partir du théorème de la dérivation de la transformée, déduire $X(f)$.
2°) Calculer $\int_{-\infty}^{+\infty} X(t)^2$. En déduire la valeur de $\int_{-\infty}^{+\infty} X(f)^2$
4°) Représenter graphiquement le spectre de $x(t)$ (module et phase de X(f)).

Exercice 2 :

On considère la fonction f 2π périodique définie sur $]-\pi, \pi[$:

$$f(t) = |t|$$

Calculer les coefficients de Fourier de f.
En déduire que : $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$

Exercice 3 :

Soit $x(t)$ un signal analogique suivant :

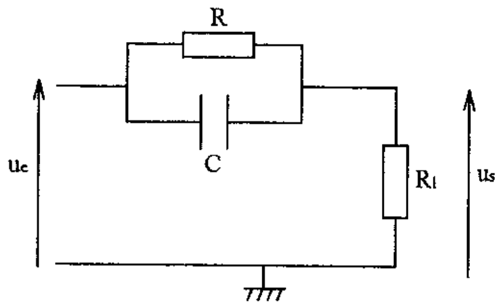
$X(t)= X_1(t)+ X_2(t)$ avec

$X_1(t)= 2.e^t$ pour $t \leq 0$ et $X2(t)= 2.e^{-t}$ pour $t \geq 0$

Représenter les signaux $X_1(t)$ et $X_2(t)$.
Calculer la transformée de Fourier du signal $X(t)$.
Représenter les spectres d'amplitude et de phase du signal $X(t)$.

Exercice 4 :

On considère le filtre représenté ci-contre :



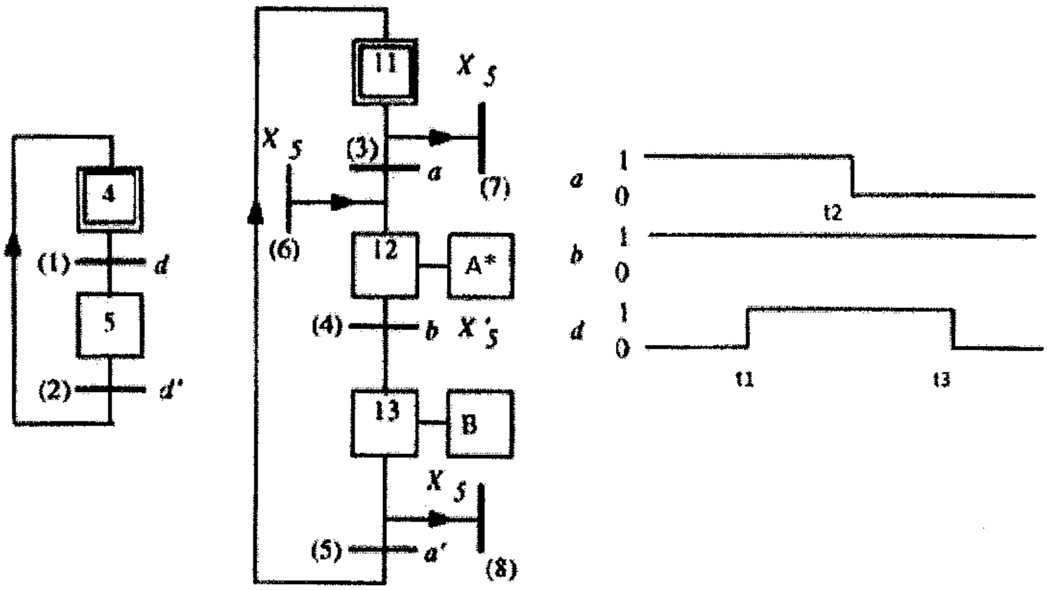
1. Déterminez la fonction de transfert de ce filtre.
2. Dressez le diagramme de Bode en gain et en phase

Examen « **automatisme** » (première session) – Durée : *2h00*
07 Mai *2019*
Responsable : M. Pagès Olivier

Sans documents, sans portable

Exercice *1 (6 points)*

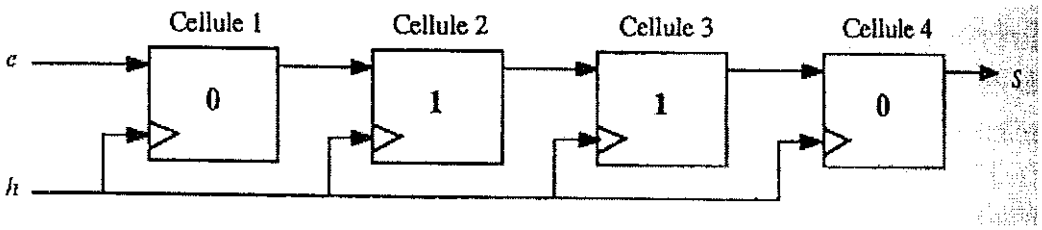
A partir du grafcet ci-dessous (comprenant deux grafcets coopérants), donner l'évolution des <u>situations stables</u> ainsi que le <u>chronogramme des variables A^* et B</u> à partir des chronogrammes des variables d'entrée a, b et d indiqués sur la figure ci-dessous. Nous admettons que B est une action continue alors que A^* est une action impulsionnelle.



Exercice *2 (8 points)*

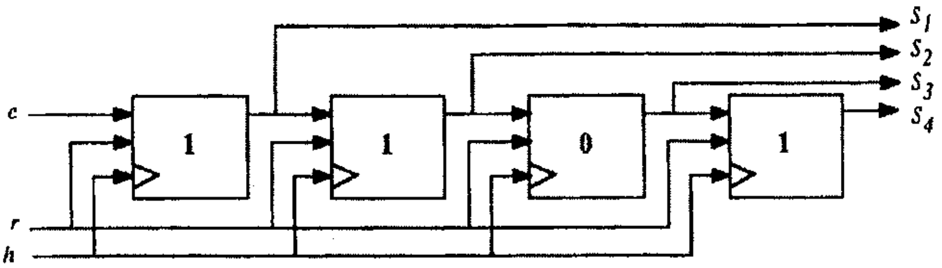
La figure ci-dessous représente un <u>registre à décalage</u> à entrée série et sortie série. Lorsqu'un front montant de l'horloge h se produit, la valeur booléenne e qui est présente à l'entrée est chargée dans la cellule *1* ; les valeurs booléennes présentes dans les cellules *1, 2* et *3* sont décalées en même temps respectivement dans les cellules *2, 3* et *4* ; enfin, la valeur qui était dans la cellule *4*, est perdue. La sortie S est la valeur qui est dans la cellule *4*. Les entrées de l'automate sont h et e et la sortie est S.

1. (En vous basant sur l'exercice de la chaîne de remplissage de bidons d'huile) Représenter le fonctionnement de ce système par **un seul grafcet** en indiquant impérativement les conditions initiales (déterminées à partir de la situation présentée sur la figure ci-dessous) ;



La figure ci-dessous est aussi un registre à décalage à sorties parallèles, qui comporte en plus une remise à zéro. Lorsque se produit le front montant de h, il y a décalage des valeurs, comme dans la question précédente, si $r = 0$ à ce moment-là ; en revanche, si $r = 1$ à ce moment-là, toutes les cellules sont remises à la valeur zéro.

2. Représenter le fonctionnement de ce système par **un seul grafcet** dans la situation représentée par la figure ci-dessous. Les entrées de l'automate sont r, h et e et les sorties sont S_1, S_2, S_3 et S_4 (contenu des cellules *1*, *2*, *3* et *4*).



Exercice *3 (6 points)*

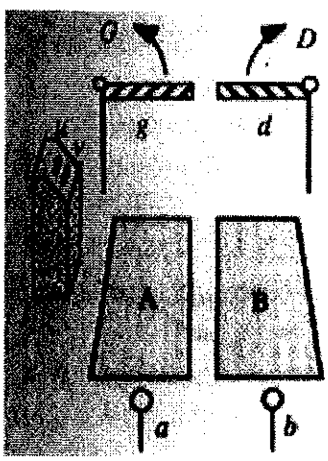
Nous considérons le système de commande d'une barrière automatique de parking payant (voir figure ci-dessous). La barrière est composée de deux parties. La partie de gauche peut s'ouvrir seule et laisser passer un véhicule à deux roues. Les deux parties peuvent s'ouvrir ensemble et laisser passer un véhicule à quatre roues. Sur la gauche, une borne de péage avec deux orifices pour les pièces d'un euro et de deux euros et au sol deux plaques A et B pour détecter la présence de véhicules. Les entrées et sorties du système à décrire sont présentées sur la figure ci-dessous. Par exemple, on a $u = 1$ pendant un court instant quand on met une pièce de un euro.

Pour obtenir l'ouverture de la partie gauche, il faut un véhicule sur la plaque A seule et mettre une pièce de un euro (au moins car le péage rend la monnaie). La barrière se referme quand il n'y a plus de véhicule sur la plaque A.

Pour obtenir l'ouverture des deux parties, il faut un véhicule portant sur les plaques A et B, et mettre soit une pièce de deux euros, soit deux pièces de un euro (au moins car le péage rend la monnaie). La barrière se referme quand il n'y a plus de véhicule sur les plaques A et B.

On admet qu'un véhicule à quatre roues qui appuie d'abord sur la plaque A doit appuyer sur la plaque B dans un délai qui n'excède pas une seconde, sinon il s'agit d'un véhicule à deux roues.

Décrire le fonctionnement de ce système par <u>**un seul grafcet**</u>. Préciser les conditions initiales.



$a = 1$: véhicule sur plaque A
$b = 1$: véhicule sur plaque B
$u = 1$: passage d'une pièce de 1 Euros
$v = 1$: passage d'une pièce de 2 Euros
$g = 1$: barrière gauche fermée
$d = 1$: barrière droite fermée

$G = 1$: ouverture (et maintien ouvert) barrière gauche
$D = 1$: ouverture (et maintien ouvert) barrière droite

Examen « **commande numérique** » (première session) – Durée : *2h00*
07 Mai *2019*
Responsable : M. Pagès Olivier

Sans documents, sans portable
Calculatrice autorisée

Exercice *1 (8 points)*

Le tableau suivant résume les résultats des essais effectués (valeurs des échantillons) sur un système échantillonné linéaire d'entrée u et de sortie y :

k	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	≥ 7
u_k	*0*	*1*	*1*	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*
y_k	*0*	*0*	*2*	*1.5*	*-1*	*-0.5*	*0*	*0*

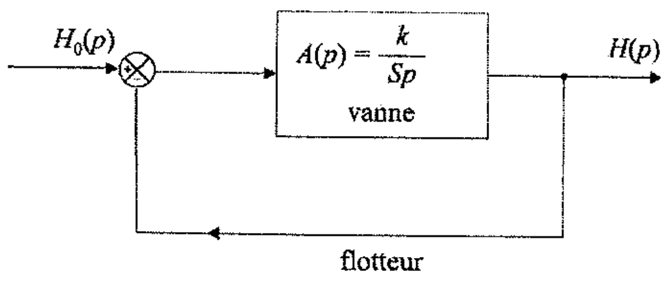
1. Donner la transformée en z du signal d'entrée $U(z)$ à partir de la définition vue en cours et du tableau ci-dessus ;
2. Donner la transformée en z du signal de sortie $Y(z)$ à partir de cette même définition et du même tableau ;
3. Déterminer la fonction de transfert du système $Y(z)/U(z)$.

Exercice *2 (12 points)*

Nous considérons une cuve parallélépipédique de section $S=800cm^2$. Une vanne assure le remplissage de la cuve avec un débit q proportionnel à la différence de hauteur d'eau mesurée $h(t)$ par rapport à une hauteur de consigne $h0$. La vanne est donc fermée si $h = h0$ et ouverte au maximum lorsque la cuve est vide. Nous noterons k ce coefficient de proportionnalité et nous donnerons : $k = 0.002\ m^2/s$.

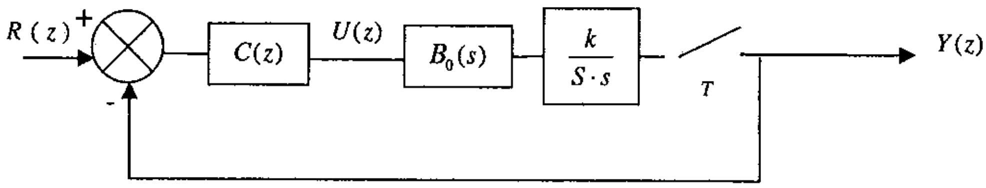
Nous montrons que la fonction de transfert entre la sortie $h(t)$ et l'entrée $q(t)$ est : $G(s) = \frac{k}{S \cdot s}$.

Nous souhaitons réguler le niveau à l'aide d'un flotteur (régulation continue). Le schéma-bloc de l'asservissement continu est représenté par la figure ci-dessous :

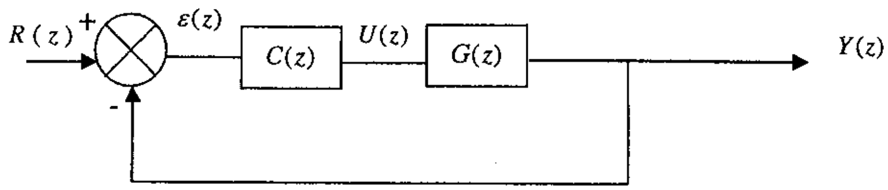


1. Calculer la fonction de transfert en boucle fermée notée $FTBF(s)=H(s)/H_0(s)$;
2. A-t-on la stabilité et la régulation du système en boucle fermée ?
3. Calculer le temps de remplissage de la cuve (<u>Rappel :</u> le temps de réponse à *5%* est égal à trois fois la constante de temps) ;

Nous souhaitons réguler le niveau à l'aide d'une commande numérique de type proportionnelle (voir figure ci-dessous où $U(z)$ est le débit, $Y(z)$ est la hauteur d'eau mesurée et $R(z)$ est la consigne de hauteur).



⇔



⇔

Nous supposons que $C(z) = 1$.

4. Calculer la fonction de transfert du procédé échantillonné à partir de l'équation : $G(z) = \frac{z-1}{z} \times Z(\frac{G(s)}{s})$;
5. Calculer la fonction de transfert en boucle fermée notée *FTBF(z)* ;
6. Calculer ses pôles et montrer que le système est stable en boucle fermée (la période d'échantillonnage est fixée à *1s*) ;
7. Est-ce que le système en boucle fermée est régulé ? Justifier votre réponse de deux façons ;

Annexe

Annexe

Transformation de Laplace et transformation en z

B.1 Transformation de Laplace

C'est une transformation qui associe à toute fonction localement intégrable de la variable réelle t, nulle pour $t < 0$ et vérifiant des conditions restrictives convenables, la fonction de la variable complexe définie par :

$$F(p) = \mathcal{L}[f(t)] = \int_0^{+\infty} e^{-pt} f(t) dt$$

Propriétés

1. Linéarité

$$\mathcal{L}[\alpha f(t) + \beta g(t)] = \alpha \mathcal{L}[f(t)] + \beta \mathcal{L}[g(t)]$$

2. Produit de convolution
La transformée de Laplace du produit de convolution $(f * g)(t)$ défini par :

$$\int_0^t f(\tau) g(t-\tau)\, d\tau = \int_0^t f(t-\tau) g(\tau)\, d\tau$$

est donnée par :

$$\mathcal{L}[(f * g)(t)] = F(p)\, G(p)$$

3. Théorème du retard

$$\mathcal{L}[f(t-a)] = e^{-ap} \mathcal{L}[f(t)] = e^{-ap} F(p)$$

4. Théorème de la dérivation

$$\mathcal{L}\left[\frac{d^m f(t)}{dt^m}\right] = p^m F(p) - p^{m-1} f(0) - \cdots - f^{(m-1)}(0)$$

5. Théorème de l'intégration

$$\mathcal{L}\left[\int f(\tau) d\tau\right] = \frac{1}{p} F(p)$$

6. Théorème de la valeur initiale

$$\lim_{t \to 0} f(t) = \lim_{p \to \infty} p\, F(p)$$

7. Théorème de la valeur finale

$$\lim_{t \to \infty} f(t) = \lim_{p \to 0} p\, F(p)$$

B.2 Transformation en z

On appelle transformée en z de la séquence $\{f_k\}_{k \in N}$ la série entière définie par :

$$F(z) = \mathcal{Z}[\{f_k\}] = \sum_{k=0}^{+\infty} f_k\, z^{-k}$$

Propriétés

1. Linéarité

$$\mathcal{Z}[\alpha \{f_k\} + \beta \{g_k\}] = \alpha \mathcal{Z}[\{f_k\}] + \beta \mathcal{Z}[\{g_k\}]$$

2. Produit de convolution
La transformée de Laplace du produit de convolution $\{f * g\}_k$ défini par :

$$\sum_l f_l\, g_{n-l} = \sum_l f_{n-l}\, g_l$$

est donnée par :

$$\mathcal{Z}[\{f * g\}_k] = F(z)\, G(z)$$

3. Théorème du retard

$$\mathcal{Z}[\{f_{k-l}\}] = z^{-l} \mathcal{Z}[\{f_k\}] = z^{-l} F(z)$$

4. Théorème de l'avance

$$\mathcal{Z}[\{f_{k+l}\}] = z^l \left[\mathcal{Z}[\{f_k\}] - \sum_{i=0}^{l-1} f_i\, z^{-i}\right]$$

5. Théorème de la valeur initiale

$$f_0 = \lim_{z \to \infty} F(z)$$

6. Théorème de la valeur finale

$$\lim_{k \to \infty} f_k = \lim_{z \to 1} (1 - z^{-1})\, F(z)$$

Transformée de Laplace $F(p) = \mathcal{L}[f(t)]$	Signal continu $f(t)$	Signal échantillonné f_k	Transformée en z $F(z) = \mathcal{Z}[f_k]$
1	$\delta(t)$	$f_0 = 1, \quad f_k = 0, \forall k \neq 0$	1
e^{-ap}	$\delta(t-a)$		
e^{-hTp}	$\delta(t-hT)$	$f_h = 1, \quad f_k = 0, \forall k \neq h$	z^{-h}
$\frac{1}{p}$	$\Gamma(t)$	$f_k = 1, \quad \forall k \geq 0$	$\frac{z}{z-1}$
$\frac{1}{p^2}$	t	$f_k = kT, \quad \forall k \geq 0$	$T\frac{z}{(z-1)^2}$
$\frac{2}{p^3}$	t^2	$f_k = k^2T^2, \quad \forall k \geq 0$	$T^2\frac{z(z+1)}{(z-1)^3}$
$\frac{1}{p+a}$	e^{-at}	$f_k = (e^{-aT})^k, \quad \forall k \geq 0$	$\frac{z}{z-e^{-aT}}$
		$a^k, \quad \forall k \geq 0$	$\frac{z}{z-a}$
		$(-a)^k, \quad \forall k \geq 0$	$\frac{z}{z+a}$
$\frac{a}{p(p+a)}$	$1-e^{-at}$		$\frac{z(1-e^{-aT})}{(z-1)(z-e^{-aT})}$
$\frac{\omega}{p^2+\omega^2}$	$\sin\omega t$		$\frac{z\sin\omega T}{z^2-2z\cos\omega T+1}$
$\frac{p}{p^2+\omega^2}$	$\cos\omega t$		$\frac{z(z-\cos\omega T)}{z^2-2z\cos\omega T+1}$

Université de Picardie Jules Verne *Année Universitaire : 2018-2019*
Parcours Physique, S6

Examen final, mai 2019

Mécanique des Systèmes

(Les parties 1 & 2 sont à traiter sur des copies séparées. Aucun document n'est autorisé)

Partie 2

Exercice 1

Dans un repère $\mathcal{R}(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ on considère les trois glisseurs définis par les trois vecteurs (moments) :

$\vec{R}_1 = (1, 0,-1)$ d'origine lié au point A(1,0,0)
$\vec{R}_2 = (2, 2,1)$ d'origine lié au point B(0,1,0)
$\vec{R}_3 = (\lambda, \mu,\nu)$ d'origine lié au point A(0,0,1)

Soit [T] la somme des trois glisseurs.

1- Calculer la résultante générale $\vec{R}$ et le moment résultant de [T] au point O.
2- Déterminer λ, μ et ν pour que [T] soit un couple et exprimer son moment résultant.
3- Exprimer la relation entre λ, μ et ν pour que [T] soit un glisseur ?
4- Dans le cas où $(\lambda, \mu, \nu) = (-2, 0,-1)$, trouver les équations de l'axe central de [T]. Que peut-on dire de la direction de l'axe central ?

Exercice 2

Une plaque rectangulaire ABCD se meut dans l'espace affine E rapporté à un repère orthonormé direct $R_0(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ de façon que le point A reste en O et le côté AB reste dans le plan $(O,\vec{x},\vec{y})$. Le repère orthonormé direct lié à la plaque est $R_1(A,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ avec :
$\vec{\imath} = \frac{\overrightarrow{AB}}{a}$ *et* $\vec{k} = \frac{\overrightarrow{AD}}{b}$ où, on a posé $a = \|\overrightarrow{AB}\|$ et $b = \|\overrightarrow{AD}\|$

On pose $\psi = (\vec{x},\vec{\imath})$ et $\theta = (\vec{z},\vec{k})$. On pourra introduire au besoin le vecteur unitaire $\vec{u}$ tel que le repère $(O,\vec{\imath},\vec{u},\vec{z})$ soit orthonormé direct.

1.) De combien de paramètres dépend la position de la plaque dans R_0 ?
2.) Déterminer le vecteur rotation $\vec{\Omega}(R_1/R_0)$ de la plaque dans son mouvement par rapport à R_0.
3.) Déterminer le vecteur vitesse des points B, D et C par rapport à R_0

Partie 1

Mécanique des systèmes, partie introduction au calcul tensoriel session 2019 à rendre sur copie séparée. Documents non autorisés.

On considère un espace vectoriel euclidien En dans lequel on définit un repère $\mathcal{R}(0,\overline{e_i})$ et son dual associé $\mathcal{R}^*(0,\overline{e_i})$

1) Montrer qu'il existe différentes manières d'écrire un produit scalaire de deux vecteurs lorsque les vecteurs s'expriment soit dans le repère, soit dans son dual associé.

2) Établir les 12 formules de changement de variance entre les composantes scalaires du produit tensoriel de deux vecteurs. On rappelle que $x^i=g^{ij}\,x_j$ et que $x_i=g_{ij}\,x^j$.

3) Montrer que la double contraction entre un tenseur d'ordre deux symétrique et un tenseur d'ordre deux antisymétrique est un scalaire nul.
   -est-ce une propriété liée à leurs ordres de tensorialité ?

Examen de Systèmes d'exploitation

Durée : 1h30. Aucun document autorisé.

Questions de cours sur les Systèmes d'Exploitation (10pts)

Les réponses doivent être précises et concises en utilisant la terminologie appropriée.

1° Définir le principe du multitâche sur un système monoprocesseur ?

2° Expliquez comment fonctionne la pagination mémoire dans un système d'exploitation ?

3° Sur quel algorithme s'appuie l'ordonnancement des tâches sous RTOS-CCS ?

4° Quel moyen de synchronisation est utilisé dans RTOS-CCS ?

5° Expliquez à l'aide d'un exemple comment utiliser les fonctions qui permettent l'exclusion mutuelle dans RTOS-CCS ?

Exercices sur les systèmes d'exploitation. (10pts)

Exercice n°1 (2pts) : Un compilateur crée des programmes contenants du code non relogeable en partant du principe qu'ils seraient chargés à l'adresse $0. Dans son code, le programme fait référence aux adresses absolues suivantes : $1A00, $2FC00. Si le programme est chargé à l'adresse mémoire $40AF0, quelles seront les valeurs des nouvelles adresses ?

Exercice n°2 (3pts) : Analyse des performances d'un système d'exploitation multitâche sur un dispositif monoprocesseur. Le dispositif fonctionne avec un taux d'attente sur entrée/sortie est de 80%, ce qui signifie qu'une tâche connue du SE n'occupe le processeur que 20% du temps lorsqu'elle effectue des E/S.

A/ Si on suppose que les tâches n'ont pas besoin des mêmes E/S au même moment. Combien de tâches sont nécessaires pour occuper le microprocesseur à 100% ?

B/ S'il y a dix tâches que se passe-t-il au niveau de l'occupation du processeur ? On suppose que les dix tâches ont des priorités identiques et que l'ordonnanceur utilise la méthode du tourniquet. De combien chaque tâche disposera de temps CPU.

C/ La réalité est différente des suppositions faites lors des deux premières questions. Il faut examiner l'allocation des entrées/sorties du point de vue probabiliste. Une tâche passe une fraction de temps "p" à attendre une opération d'E/S. Si "n" tâches sont présentes la formule suivante, de l'occupation du microprocesseur "u", est une bonne approximation : $u = 1 - p^n$

- Tracez la courbe d'occupation du microprocesseur pour n = [1 à 10].
- Quelles conclusions tirez vous de cette courbe par comparaison avec la question "A/" ?

Exercice n°3 (2pts) : Sur un système doté de 1Mo de mémoire qui utilise le système de pages non permutables de 64ko, quelle est la première requête à échouer dans la chaîne suivante, en raison du manque de mémoire ? Requêtes : 50ko, 150ko, 90ko, 130ko, 70ko, 80ko, 120ko, 180ko, 60ko.

Au moment de l'échec de la requête, combien de mémoire est gaspillée en raison de la fragmentation interne aux pages et combien de pages sont disponibles mais non utilisables ?

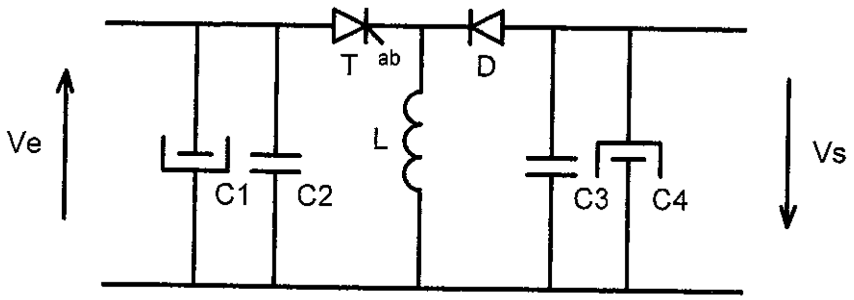
Exercice n°4 (3pts) : Sur un système informatique doté d'un processeur 32bits dont le bus d'adresse est de 24 lignes. Quelle est la capacité d'adressage ?
Le SE travaille en pagination par page de 64ko. Combien y-a t-il de pages ?
Expliquez comment créer une table d'allocation des pages aux tâches.
Quel est le nombre de bits nécessaires pour coder les page dans la table d'allocation des pages aux tâches ?

Examen de conversion d'énergie du 09 mai 2019
1h30 – Tous documents autorisés

I – Questions de cours : Rappel des caractéristiques du hacheur Buck-Boost

IL N'EST PAS DEMANDE DE REFAIRE LES DEMONSTRATIONS

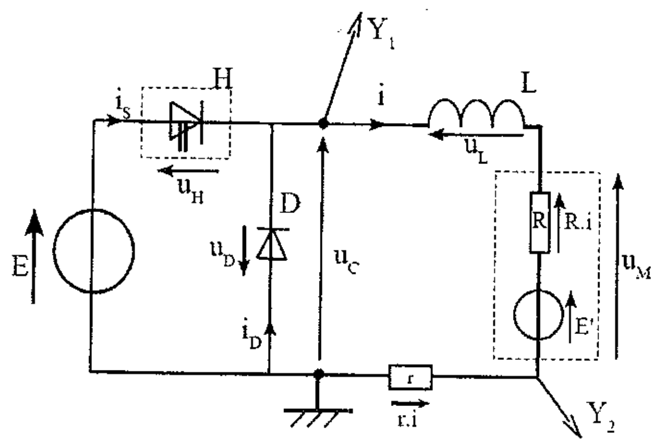
Hacheur buck-boost "classique"

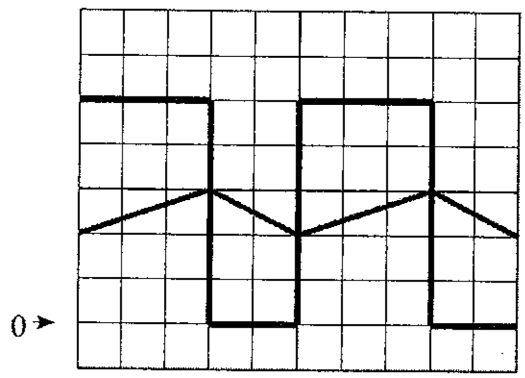


1- Rappelez la fonction de transfert simplifiée Vs/Ve en fonction du rapport cyclique α de cette structure
2- Que devient cette fonction de transfert si l'on prend en compte la résistance r_L de l'inductance L lorsque ce hacheur débite sur une résistance R
3- Que signifient les lettres « ab » jointes à l'interrupteur T ?
4- A votre avis pourquoi 2 condensateurs de technologies différentes ont été dessinés sur le schéma ?

II – Hacheur série et MCC

Un hacheur série alimente un moteur à courant continu. On utilise un oscilloscope dont les deux voies sont branchées comme indiqué sur le schéma ci-dessous. La résistance r a pour valeur 1 Ω.





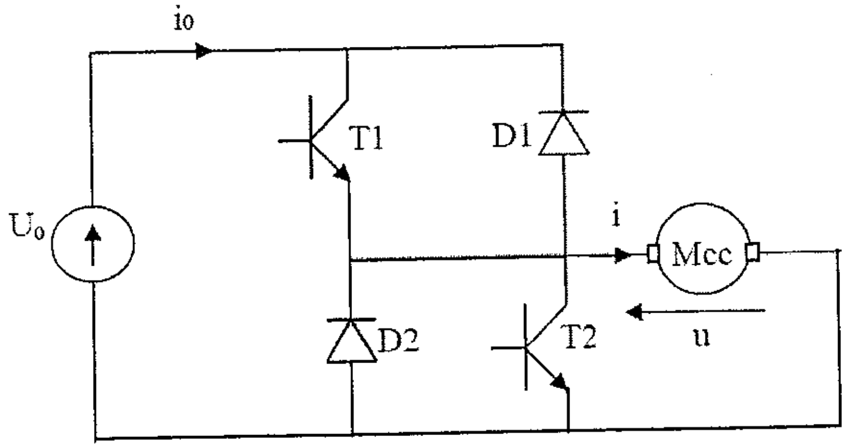
Voie 1: 20 V/div	Base de temps :
Voie 2: 0,2 V/div	0,2 ms/div

1- A partir de ce schéma, préciser ce que visualisent les voies de l'oscilloscope.
2- Quel est l'intérêt d'utiliser une résistance r = 1 Ω ?
3- A partir de l'oscillogramme, déterminer la valeur de la fréquence de hachage f et la valeur du rapport cyclique α.

4- Déterminer la valeur de la tension E et celle de la tension moyenne $<u_C>$.
5- Déterminer les valeurs de I_{MAX} et I_{MIN} et en déduire la valeur du courant moyen $<i>$.
6- En négligeant la chute de tension r.i, donner l'expression de $<u_C>$ en fonction de R, $<i>$ et E'.
7- Pour le moteur à courant continu considéré, on considère que R = 0. En déduire l'expression de E' en fonction du rapport cyclique et de la f.e.m E et en déduire la valeur de E'.
8- On admet que pour ce moteur, E' = k.N L'oscillogramme a été relevé pour une vitesse N = 1200 tr/min. Déterminer la valeur de k et préciser son unité.
9- On désire maintenant que la vitesse de rotation du moteur soit de N = 1600 tr/min. Calculer la nouvelle valeur de E' et en déduire la nouvelle valeur du rapport cyclique α qu'il faut pour obtenir cette vitesse de rotation.

III – Hacheur réversible et MCC

Dans ce convertisseur, les interrupteurs sont alternativement commandés à la fermeture et à l'ouverture sur une période de découpage (T). T1 est commandé à la fermeture pendant une partie de la période (αT) pendant que T2 est commandé à l'ouverture. Les diodes et les transistors sont supposés parfaits. L'induit de la machine à courant continu est supposé équivalent à une source de tension en série avec une inductance pure (la résistance d'induit est négligée).



1- En conduction continue, écrire les expressions de i(t) de 0 à αT et de αT à T.
2- Tracer u(t), i(t), $i_0(t)$.
3- Donner l'expression du courant moyen $<i_0>$ et de la tension $<u>$.
4- Exprimer alors la puissance fournie par la source U_0 et la puissance reçue par la machine. Quel est le rendement théorique du convertisseur ?
5- Quelle est la nature de la réversibilité de ce hacheur ? Que permet-elle ?

Introduction à la robotique
Examen – mai 2019 – sans document

I. Partie 1 (6 points)

I.1 – Qu'est ce que l'odométrie ? Ses avantages ? Ses inconvénients ?

I.2 – Soit un robot mobile qui doit se déplacer sur sur une table rectagulaire ayant uniquement 3 rebords (bords élevés) comme on peut le voir sur la figure suivante. Quels sont les capteurs dont il faut l'équiper pour qu'il soit capable de détecter tous les bords ? Expliquer en quelques lignes le traitement (caluls, algorithmes, ...) qu'il faut réaliser.

Partie 2 (8 points)

II. 1 – Quel est le comportement d'un robot mobile unicycle lorsque les vitesses longitudinales de ses roues sont identiques ? Et quand elles sont opposées ?

II.2 – Montrez les deux affirmations en réponse à la question précédente, à l'aide des relations suivantes :

$$v = \frac{v_d + v_g}{2} = \frac{r(\dot{\varphi}_g - \dot{\varphi}_d)}{2}$$

$$\omega = \dot{\theta} = -\frac{r(\dot{\varphi}_d + \dot{\varphi}_g)}{2L}$$

ayant pour notation :

- v : vitesse longitudinale du robot
- ω : vitesse de rotation du robot
- v_d, v_g : vitesses longitudinales des roues
- $\dot{\varphi}_d$, $\dot{\varphi}_g$: vitesse de roulement des roues
- r : rayon des roues
- L : demi-largeur de l'essieu

Remarque : Les vitesses de roulement des roues sont signées et orientées par un repère local direct centré sur chaque roue, dont l'abscisse est pointée vers l'avant du robot pour la roue de droite, et vers l'arrière du robot pour la roue de gauche.

II.3 – En réalisant un enchaînement de mouvements élémentaires, un robot unicycle peut-il atteindre n'importe quelle pose ? Si oui, pourquoi ? Donnez un exemple.

Partie 3 (6 points)

Les véhicules de type 3 de Braitenberg sont également équipés de deux capteurs C_g et C_d de lumière et de deux moteurs M_g et M_d. Chaque capteur est relié à un moteur par une connexion inhibitrice : plus la lumière du capteur est forte, plus la consigne envoyée au moteur est faible. Les connexions peuvent être directes (figure a) ou croisées (figure b).

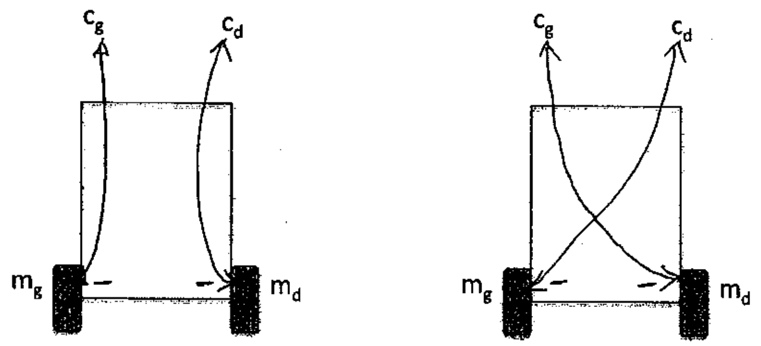


Figure a   Figure b

III.1 Quelle est l'avantage de ce type d'architecture ?

III.2 Que se passe t-il dans les deux cas si on place une lumière devant le robot ?

III.3 Proposer un ou plusieurs scénarios amusants avec ce type d'architecture.

Pour cette question, vous êtes invités à proposes des dessins pour illustrer votre (vos) réponse(s).

UNIVERSITE PICARDIE JULES VERNE **2018-2019**
UFR des Sciences

THERMODYNAMIQUE ET APPLICATION (S6)

Examen 1$^{\text{ière}}$ session

Durée de l'épreuve : 2 heures

Seule la calculatrice est autorisée

Exercice 1

On considère une mole de gaz parfait et on suppose constantes les capacités calorifiques molaires à volume constant C_V et à pression constante C_P. On désigne par γ le rapport C_P/C_V et on rappelle que $C_P - C_V = R$ (où R est la constante des gaz parfaits).

1) Quelle est l'équation d'état de ce gaz ?

2) Rappeler les relations qui relient P, V et γ d'une part et T, V et γ d'autre part, lorsque la mole du gaz parfait subit une transformation adiabatique réversible.

3) On fait subir maintenant au gaz parfait le cycle suivant :

(i) une compression à volume constant de l'état d'équilibre A (P_A, V_A, T_A) vers l'état d'équilibre B (P_B, V_B, T_B).
(ii) une détente adiabatique de l'état B (P_B, V_B, T_B) vers l'état C (P_C, V_C, T_C)
(iii) un changement de volume à pression constante de l'état C (P_C, V_C, T_C) vers l'état A (P_A, V_A, T_A) .

3-a. Représenter ce cycle dans un diagramme de Clapeyron en justifiant la position des points A, B et C.

3-b. Calculer les quantités de chaleur et de travail échangées avec le milieu extérieur au cours de chaque transformation du cycle et préciser à chaque fois le signe de la quantité échangée.

3-c. Calculer la variation d'entropie du système au cours de chaque transformation, et préciser le signe. Vérifier que $\Delta S_{\text{système}} = 0$ pour le cycle.

3-d. En supposant que le cycle est moteur, montrer que le rendement de celui-ci peut s'écrire sous les 3 formes suivantes :

$$\eta_{ABCA} = 1-\gamma\frac{\frac{T_C}{T_A}-1}{\frac{T_B}{T_A}-1} = 1-\gamma\frac{\frac{V_C}{V_A}-1}{\frac{P_B}{P_A}-1} = 1-\gamma\frac{\left\{\frac{T_B}{T_A}\right\}^{1/\gamma}-1}{\frac{T_B}{T_A}-1}$$

4) On fait maintenant subir au gaz le cycle suivant :

(i) une compression à volume constant de l'état d'équilibre A (P_A, V_A, T_A) vers l'état d'équilibre B (P_B, V_B, T_B).
(ii) une détente adiabatique de l'état B (P_B, V_B, T_B) vers l'état D (P_D, V_D, T_D).
(iii) une compression isotherme de l'état D (P_D, V_D, T_D) vers l'état A (P_A, V_A, T_A).

4-a. Représenter dans un diagramme de Clapeyron le cycle ainsi obtenu en justifiant la position des points A, B et D.

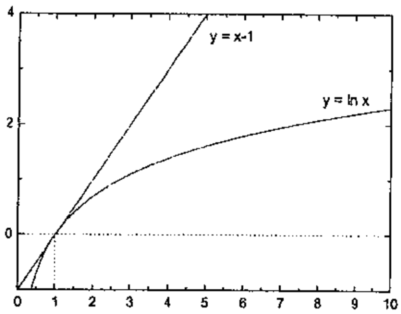
4-b. Calculer les quantités de chaleur échangées avec le milieu extérieur au cours de chaque transformation du cycle et préciser à chaque fois le signe de la quantité échangée. (On rappelle que : $\int \frac{dx}{x^a} = -\frac{1}{a-1}\frac{1}{x^{a-1}}$).

4-c. En supposant que le cycle est moteur, montrer que le rendement de celui-ci peut s'écrire sous la forme :

$$\rho_{ABDA} = 1 - \frac{\ln(\frac{T_B}{T_A})}{\frac{T_B}{T_A} - 1}$$

4-d. Le cycle ABDA a-t-il un rendement meilleur ou moins bon que le cycle ABCA ?

Indication : On pourra poser $x = \left\{\frac{T_B}{T_A}\right\}^{1/\gamma}$ et utiliser le graphe ci-dessous.



Exercice 2

On considère un cylindre droit de hauteur h, de base ayant pour surface S = 100 cm^2, fermé par un piston mobile sans frottement et de masse négligeable. Le cylindre est en contact thermique avec un thermostat de température T_0 = 373 K. On enferme dans ce cylindre de la vapeur d'eau, considérée comme un gaz parfait, sous une pression P_0 correspondant à celle de l'équilibre liquide-vapeur de l'eau : $P_S = P_0 = 10^5$ Pa. La hauteur initiale du cylindre est h_0 = 20 cm.

On appuie très progressivement sur le piston pour le faire descendre jusqu'à mi-hauteur $h_f = h_0/2$.

a) Décrire la transformation que subit la vapeur d'eau.

Quelle est la pression P_f à l'intérieur du cylindre à l'état final ?

b) Par rapport à la masse d'eau totale, quelle proportion se trouve sous forme de vapeur à l'état final ?

c) Calculer la variation d'énergie interne ΔU du système au cours de la transformation.

d) Représenter la transformation dans un diagramme d'Andrews (P,V).

Données : Masse molaire de l'eau : M_{eau} = 18 g.mol^{-1},

Chaleur latente de vaporisation de l'eau à 373K : $L_{vap} = 2.25\times10^6$ J. kg^{-1}

Constante des gaz parfaits : R = 8.314 J. K^{-1}. mol^{-1}

Exercice 3 : Montée de sève dans les arbres; pression osmotique

Le saccharose de formule brute $C_{12}H_{22}O_{11}$ est présent au printemps dans la sève d'érable, solution aqueuse de sucres contenant environ 65 % de saccharose et de plus faibles quantités de fructose et de glucose. Le sirop d'érable est un concentré de sève recueilli en faisant des trous dans l'écorce de l'arbre au printemps.
On s'intéresse ici à la montée de la sève dans les arbres.
On considère un récipient formé de deux compartiments, gauche et droite, de même volume V et de même température T, séparés par une membrane semi-perméable, c'est-à-dire perméable au solvant A mais imperméable à un soluté B.
Le compartiment de gauche contient une solution supposée idéale du soluté B dans A, celui de droite le solvant pur sous la pression P.

1. Rappeler la définition du potentiel chimique μ_A (P,T) du corps pur A à la pression P et à la température T.
2. À partir de l'expression de la variation d'enthalpie libre dG, exprimer la variation $d\mu_A$ du potentiel chimique du corps pur A en fonction du volume molaire Vm de A et de la variation de pression dP qui en est la cause à température T fixée.
3. En supposant que Vm ne dépend pas de la pression, donner l'expression du potentiel chimique du solvant A dans chaque compartiment.
4. Montrer que la condition que doit vérifier le solvant lorsque le système est à l'équilibre peut s'écrire sous la forme : $V_m \pi = -RT \ln x_A$ où π est la pression osmotique et x_A est la fraction molaire du solvant A.

La pression osmotique est la pression minimale que l'on doit exercer pour empêcher le passage du solvant d'une solution moins concentrée à une solution plus concentrée, à travers une membrane semi-perméable. On suppose que la solution est peu concentrée et que la membrane est indéformable.

5. Montrer que la pression osmotique est de la forme $\pi = RT\frac{n_B}{V}$ où n_B est la quantité de matière du soluté B. Pour obtenir cette expression, on pourra négliger n_B devant n_A.
6. a) En déduire de la question précédente que $\pi = RT\frac{C_{mas}}{M_B}$ où C_{mas} est la concentration massique et M_B est la masse molaire du saccharose.

Nous appliquons les résultats précédents au cas de la sève d'érable. On prendra T = 290 K; masse volumique de la sève : $\rho_{sève} = 10^3$ kg.m^{-3}. La concentration du sucre dans une sève normale, assimilée à une solution aqueuse, est environ C = 10 g.L^{-1}.

b) Calculer la pression osmotique de la sève par rapport à l'eau du sol autour des racines.

7. Sachant que la pression osmotique est équivalente à ρgh, à quelle hauteur la sève peut-elle monter sous l'effet de la surpression ?
8. La pression osmotique peut-elle expliquer la montée de la sève dans les grands arbres (hauteur supérieure à 20 m) ?

Examen de **Physique Quantique** Amiens, Mai 2019

I- Questions de cours.

1- Donnez les règles de Born pour la probablité P(a) de mesure d'une observable $\hat{A}$ ayant un spectre discret non dégénéré (valeurs propres : a, vecteurs propres : /a>) lorsque l'état du système est donné, avant la mesure, par $/\psi_{av}>$. Quel est le vecteur d'état après la mesure, $/\psi_{ap}>$, si on a trouvé le résultat a_0 ?

2- Donnez les règles de Born pour la probablité P(a) de mesure d'une observable $\hat{A}$ ayant un spectre discret dégénéré (valeurs propres : a, vecteurs propres : /a,i>) lorsque l'état du système est donné, avant la mesure, par $/\psi_{av}> = \sum_{a,i} \psi_{a,i} |a,i\rangle$. Quel est le vecteur d'état après la mesure, $/\psi_{ap}>$, si elle a donné le résultat a_0 ?

3- Soient $\hat{A}$ et $\hat{B}$ deux observables qui commutent : $[\hat{A},\hat{B}]=0$. Que peut-on dire sur leurs vecteurs propres ?

4- Soit $\hat{A}$ une observable (valeurs propres : a, vecteurs propres : /a,i>). Ecrivez $\hat{A}$ dans le formalisme de Dirac (brackets) sur sa base propre /a,i>. Donnez également $\hat{A}^2$ et $\exp(\hat{A})$.

5- En utilisant leurs définitions opératorielles ($\hat{X}$=x. et $\hat{P} = \hbar/i\ \partial/\partial x$), démontrez que le commutateur $[\hat{X},\hat{P}]$ de $\hat{X}$ et $\hat{P}$ est égal à $i\hbar\hat{1}$.

II- Mesures et évolution.

L'état quantique « interne » d'une particule de spin 1 est décrit par une vecteur d'état appartenant à un espace de Hilbert de dimension 3, de base notée : /1>, /0>, /-1>. On note $\hat{S}_x$, $\hat{S}_y$ et $\hat{S}_z$ les matrices (sur cette base) des observables suivantes :

$$\hat{S}_x = \frac{\hbar}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} ; \hat{S}_y = \frac{\hbar}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix} ; \hat{S}_z = \hbar\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

1- Calculez l'opérateur $\hat{S}^2 = \hat{S}_x^2 + \hat{S}_y^2 + \hat{S}_z^2$. Quel est son spectre ?

2- Quelles sont les valeurs propres et vecteurs propres de $\hat{S}_z$?

3- Calculez les valeurs propres et vecteurs propres de $\hat{S}_x$.

4- L'état du système est donné à l'instant t=0 par $/\psi(0)> = /-1> + i\ /0> + /1>$.

On mesure $\hat{S}_z$. Que peut-on trouver ? avec quelles probabilités ? Pour chaque résultat possible, donnez l'état du système après la mesure.

5- On mesure $\hat{S}_x$. Que peut-on trouver ? avec quelles probabilités ?

6- Le hamiltonien est $\hat{H} = \varepsilon/\hbar\ \hat{S}_z$ (ε est une constante). Trouvez les états stationnaires et le spectre énergétique du système.

7- Donnez l'évolution /ψ(t)> du système à partir du /ψ(0)> de l'exercice 4.

8- A l'instant t on mesure $\hat{S}_z$. Que peut-on trouver ? avec quelles probabilités ?

9- A l'instant t on mesure $\hat{S}_x$. Que peut-on trouver ? avec quelles probabilités ? Tracez la probabilité P(0) de trouver 0 en fonction de t.

III- Oscillateur harmonique.

Soit $\hat{H}$ le hamiltonien d'un oscillateur de fréquence ω, /n> ses états stationnaires normalisés et ε_n ses valeurs propres.

1- Rapellez les valeurs de ε_n en fonction de n. Sont-elles dégénérées ?

2- A l'instant t= 0 l'état du système est donné par : /ψ(0)> = exp(iα$\hat{a}^+$)/0> où α est une contante réelle. En utilisant le développement en série de l'exponentielle et les propriétés des opérateurs $\hat{a}^+$ rappelés en annexe, donnez le développement de /ψ(0)> sur la base /n>. Calculez sa « norme » <ψ(0)/ψ(0)> .

3- Déduisez-en le développement de /ψ(t)> et mettez le sous une forme exponentielle analogue à celle de /ψ(0)>. Calculez $<\hat{a}^+\hat{a}>$. Expliquez pourquoi il ne dépend pas de t.

4- Soit /ψ(0)> = /1> – i /3>. Calculez <H>, <X>, <P>, ΔH, ΔX et ΔP.

idem à l'instant t. (faites ces calculs, si vous avez le temps, à la fin de l'examen !!).

Annexe :

$$\exp(x) = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{n!}$$

$$\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}\hat{X} + i\frac{\hat{P}}{\sqrt{m\omega\hbar}}\right) \ ; \quad \hat{a}^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}\hat{X} - i\frac{\hat{P}}{\sqrt{m\omega\hbar}}\right)$$

$$/n> = \frac{1}{\sqrt{n!}}\hat{a}^{+n}|0\rangle \ ; \qquad \hat{a}^+/n> = \sqrt{n+1}|n+1\rangle \ ; \qquad \hat{a}/n> = \sqrt{n}|n-1\rangle$$

Licence 3 SPI – EEEA et MAEN
Examen de Techniques numériques de calcul

9/5/2019, **sans doc**

Giansalvo Cirrincione

1. Calculer le rang et une base de l'espace ligne de la matrice suivante :

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & -2 & -3 \\ 1 & 4 & 3 & -1 & -4 \\ 2 & 3 & -4 & -7 & -3 \\ 3 & 8 & 1 & -7 & -8 \end{bmatrix}$$

2. Exprimer le polynôme $v = t^2 + 4t - 3$
   en tant que combinaison linéaire des polynômes :
   $p_1 = t^2 - 2t + 5, \quad p_2 = 2t^2 - 3t, \quad p_3 = t + 1$

3. Soit G l'opérateur linéaire sur $\mathbf{R}^3$ définie par

$$G(x, y, z) = (2y + z, \quad x - 4y, \quad 3x)$$

   (a) Trouver la représentation matricielle de G par rapport à la base

$$S = \{w_1, w_2, w_3\} = \{(1,1,1), \quad (1,1,0), \quad (1,0,0)\}$$

   (b) Vérifier que, pour tout vecteur v de $\mathbf{R}^3$,

$$[G]_S [v]_S = [G(v)]_S$$

4. Trouver le noyau (ker) et les espaces propres de la matrice :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 4 & -2 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

et contrôler si elle est diagonalisable.