

# Cours d'algorithmique des graphes

## Licence informatique

Par : Alain Cournier

Université de Picardie

[alain.cournier@u-picardie.fr](mailto:alain.cournier@u-picardie.fr)



# Plan du cours

- Introduction.
- Représentations et vocabulaire des graphes.
- Algorithmes d'exploration de graphes.
- Algorithmes de construction d'ACPM.
- Algorithmes de recherche de chemins de poids minimal.
- Algorithme de flots.



# INTRODUCTION



# Introduction : Contenu

- Qu'est-ce qu'un graphe ?
- Que peut modéliser un graphe ?
- Quels problèmes peuvent se poser sur les graphes ?

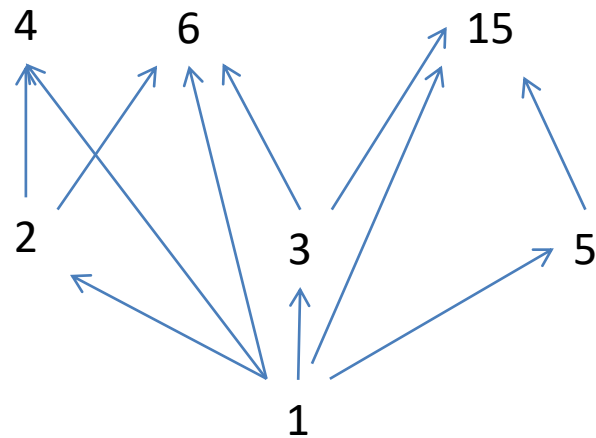


# Qu'est-ce qu'un graphe ?

- Un graphe est une relation binaire sur un ensemble. C'est-à-dire, un graphe est un couple  $G = (X, U)$  où :
  - $X$  est un ensemble;
  - $U$  est un sous-ensemble de  $X^2$ .
- Exemple :  $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 15\}$  et  $(x, y)$  appartient à  $U$  si et seulement si  $x$  est un diviseur de  $y$ .



# Un exemple de graphe



# Qu'est-ce qu'un graphe

- On adjoint parfois une valeur à chaque élément de  $U$  on parle alors de graphe pondéré. Dans ce cas on transforme notre couple en un triplet  $G=(X,U,V)$  où chaque élément de  $V$  est un couple (élément de  $U$ , Valeur).
- Lorsque le concept est totalement symétrique on oublie le sens de la relation dans la représentation.

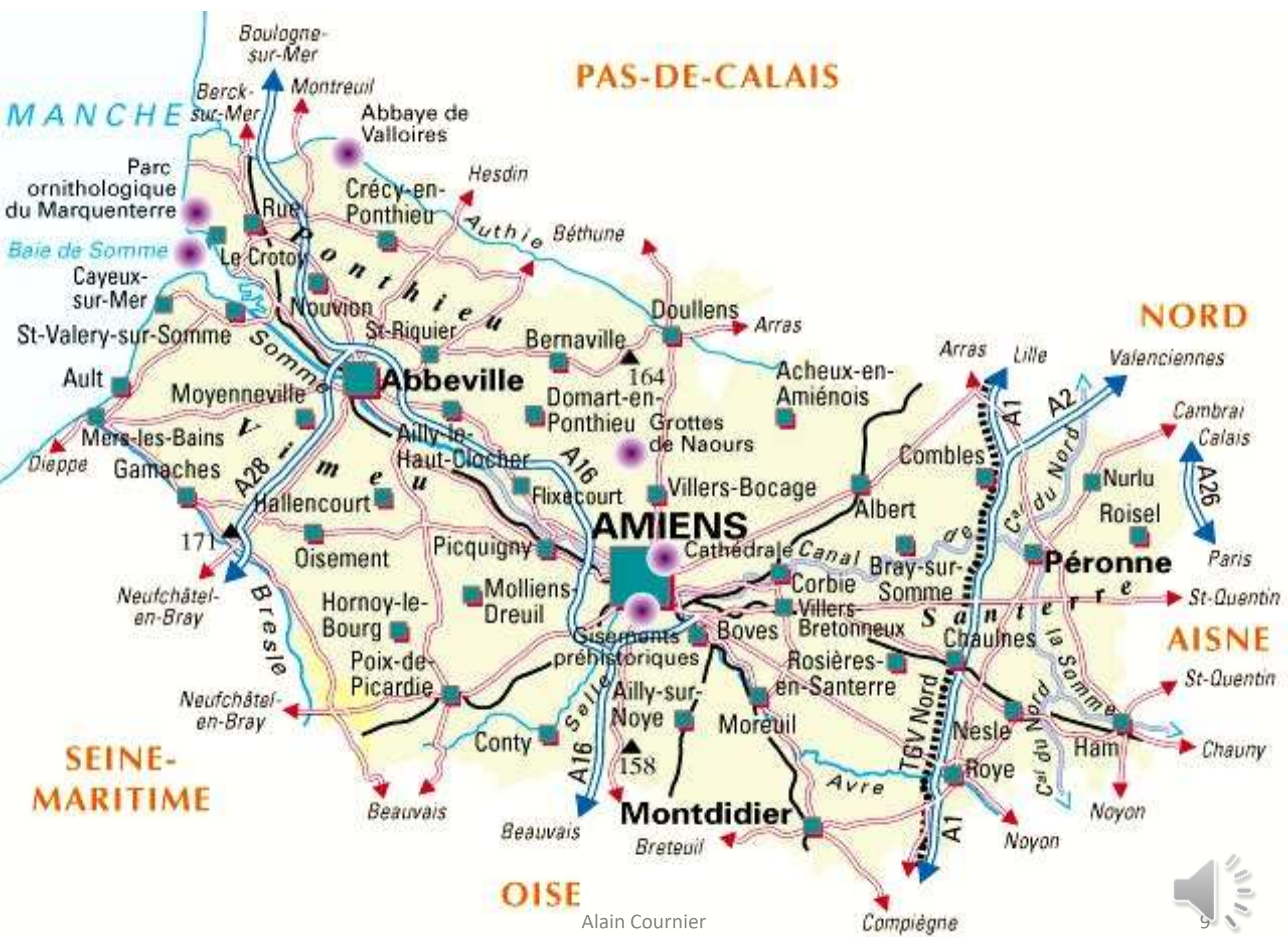


# Que peut modéliser un graphe

- Un graphe peut modéliser de nombreuses choses telles que :
  - Un réseau;
  - Une relation de dépendance (BD);
  - Des contraintes;
  - Un ordre entre des éléments;
  - Une relation de voisinage ou de proximité;
  - ...







PAS-DE-CALAIS

NORD

AISNE

OISE

SEINE-MARITIME

MANCHE



**LEGENDE**

Deux voies ou plus unique

Electrifié en 1500 V CC { marchandises

Electrifié en 25 kV 50 Hz { marchandises

Electrifié en 3000 V CC { marchandises

Electrifié en 15 kV 16,7 Hz { marchandises

Autres courants { marchandises

Non électrifié { marchandises

En projet { Electrifiée

Voie étroite { Non électrifiée

Ligne touristique {

Tirés : en construction

Lignes marchandises non électrifiées non représentées.

Dernière version et conditions d'utilisation disponibles à : <http://www.buexer.net/trainspotting>

Situation janvier 2007

Dessin  
Boris  
Chomenko

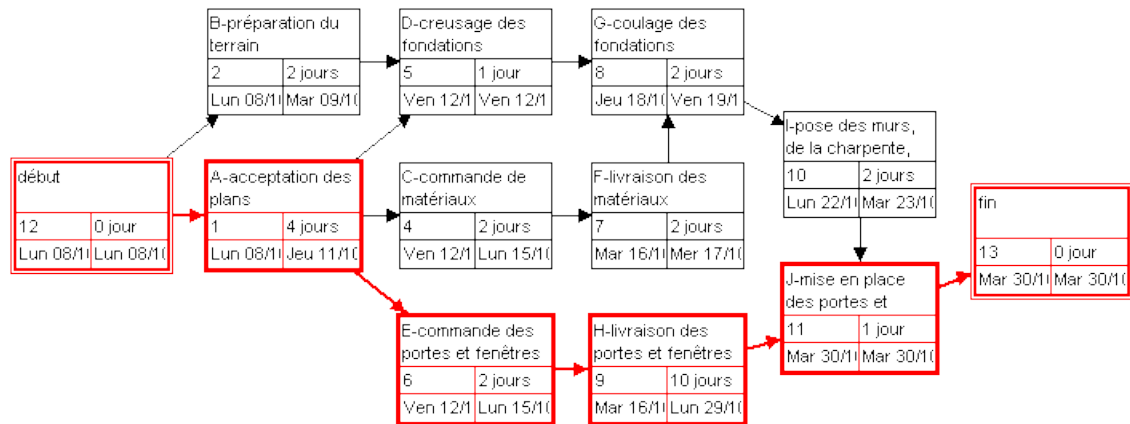
- Ande : Andelat
- B : Breuilpont
- Bian : Blainville-Daulevières
- C : Corbal
- Cha : Chanois
- Co : Cocherel
- Comp : Compiègne
- En : Bourdan
- Dou : Douai
- Es : Esthervilles
- Fontv : Fontvieille
- G : Guîtres
- Graven : Gravenchon
- H : Hagondange
- H.B. : Hombourg Budange
- Hag : Haguenau
- Liv : Livron
- Lour : Lourches
- Luné : Lunéville
- M : Marcenais
- Mor : Moirans
- Niederb : Niederbronn
- Pont A : Pont Aubebar
- S : Somain
- Sarre-U : Sarre-Union
- Sarreb : Sarrebourg
- Semb : Sembach
- St R : St Rambert d'Albon
- St Quentin : St Quentin
- Tara : Tarascon
- Thi : Thionville
- V : Valence
- Valenc : Valenciennes
- Ven : Vendenheim
- Vezel : Vézère



Alain Courmier



# Diagramme de PERT



# Quels problèmes peuvent se poser sur les graphes ?

- Quelques exemples de questions concrètes.
- Les problèmes théoriques associés.
- Quelques problèmes que nous étudierons dans ce cours.

# Un problème très simple

- Nom : Chemin
- Données :
  - C une carte routière
  - D un point de départ
  - A un point d'arrivé
- Question : Peut-on aller en voiture par la route du point D au point A ?

# Un problème simple

- Nom : Chemin de poids minimal
- Données :
  - C une carte routière
  - D un point de départ
  - A un point d'arrivé
- Question : Quel est le chemin de poids minimal pour aller en voiture par la route du point D au point A ?

# Un autre problème simple

- Nom : Créer un réseau
- Données :
  - C une étude chiffrée pour la création de liens
- Question : Quels sont les liens qui doivent être construits afin d'obtenir un réseau de moindre coût ?

# Un problème

- Nom : flot maximal
- Donnée :
  - Un réseau d'eau où chaque tuyau a un débit maximal
  - R un robinet (ou une bouche d'incendie)
- Question : Quel est le débit maximal que le réseau peut faire sortir par R ?



# Un problème difficile

- Nom : Voyageur de commerce
- Données :
  - C : Une carte routière.
  - E : Un ensemble de villes à visiter
  - D : point de départ
- Question : Quel est le circuit élémentaire de poids minimal passant par D et par toutes les villes de E ?

# Les problèmes théoriques associés

- Parcours de graphes
- Recherche du chemin de poids minimal
- Recherche de tous les chemins de poids minimaux (routage de messages dans un réseau)
- Arbre couvrant de poids minimal
- Recherche du plus long chemin
- Algorithme de flot maximal
- Voyageur de commerce