

TD 1 d'Algorithmique des graphes

Alain Cournier

31 mars 2020

Résumé

L'objectif de ce TD est de se familiariser avec les structures de données. Dans tous les exercices nous considérerons que l'ensemble des sommets est un intervalle des entiers naturels de la forme $0..n$.

1 Représentation

Soit un ensemble de sommets $X = \{a, b, c, e, i, n, p\}$ et un ensemble d'arcs $U = \{(b, a); (a, n); (n, a); (n, e); (a, b); (c, a); (p, i)\}$.

Donnez une représentation graphique du graphe $G = (X, U)$.

Donnez une représentation machine par matrice du graphe $G = (X, U)$.

Donnez une représentation machine par listes d'adjacences du graphe $G = (X, U)$.

2 Calculer le degré sortant d'un sommet

Nous souhaitons écrire un algorithme afin de résoudre le problème suivant :

Nom : Degré Sortant

Données :

$G = (X, U)$ un graphe;

x un sommet de G .

Question : Quel est le degré sortant du sommet x dans le graphe G ?

Vous donnerez deux versions de l'algorithme en fonction de la représentation de G en machine (Matrice ou tableau de listes de successeurs).

3 compter les prédécesseurs de chaque sommet

Nous souhaitons écrire un algorithme afin de résoudre le problème suivant :

Nom : Degré Entrant

Données : $G = (X, U)$ un graphe;

Question : Quel est le degré entrant de chaque sommet du graphe?

Résultat donné par un tableau T indicé par X tel que pour tout sommet x , $T[x] = u$ si et seulement si x a u prédécesseur dans le graphe G

Vous donnerez les deux versions de l'algorithme en fonction de la représentation de G en machine (Matrice ou tableau de liste de successeurs).

4 Graphe sans circuits

Remarque : Un graphe $G=(X,U)$ est sans circuit si et seulement si :

$X = \emptyset$ ou bien

il existe un sommet y sans prédécesseur et le sous graphe induit par $X-\{y\}$ est un graphe sans circuits.

Donnez un algorithme permettant de vérifier qu'un graphe donné G est sans circuits. Vous donnerez les deux versions de l'algorithme en fonction de la représentation de G en machine (Matrice ou tableau de liste de successeurs).

5 Calcul du graphe dual

Le graphe dual d'un graphe se construit en inversant le sens de chaque arc. Plus formellement nous dirons que $G'=(X',U')$ est le graphe dual de $G=(X,U)$ si et seulement si $X=X'$ et pour tout couple de sommets (x,y) , $(x,y) \in U'$ si et seulement si $(y,x) \in U$.

Donnez un algorithme permettant de calculer le graphe dual d'un graphe donné G . Vous donnerez les deux versions de l'algorithme en fonction de la représentation de G en machine (Matrice ou tableau de liste de successeurs).

6 Reconnaître les graphes symétriques

Un graphe $G=(X,U)$ est dit symétrique si et seulement si pour tout couple de sommets (x,y) , (x,y) appartient à U si et seulement si (y,x) appartient à U .

Donnez un algorithme permettant de vérifier si le graphe donné G est symétrique. Vous donnerez les deux versions de l'algorithme en fonction de la représentation de G en machine (Matrice ou tableau de liste de successeurs).