

# TD 4 d'Algorithmique des graphes

Alain Cournier

Vassilis Giakoumakis

28 février 2022

## Résumé

L'objectif de ce TD est de se familiariser avec la notion d'arbre de poids minimal. Dans tous les exercices nous considérerons que l'ensemble des sommets est un intervalle des entiers naturels de la forme  $0..n$ .

## 1 Première application

Soit  $G=(X,U)$  le graphe suivant :

$X = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j\}$

$U = \{(ab,1), (ac,5), (ag, 9), (bd,13), (bf, 5), (bg,6), (ci,8), (cd,9), (ce, 3), (de, 8), (dg, 6), (ef,6), (eh, 8), (fi, 9), (gh, 3), (ij,11)\}$

### 1.1 Décrivez la trace de l'algorithme de Prim

### 1.2 Décrivez la trace de l'algorithme de Kruskal

## 2 Minimalité

Le professeur Sabatier conjecture que pour toutes arêtes  $a$  d'un arbre couvrant de poids minimal, et pour tout ensemble  $E \subset X$ , si  $a$  est une arête adjacente à  $E$ , alors  $a$  est une arête de poids minimal du cocycle de  $E$ .

Qu'en pensez-vous ?

## 3 Plus vite

Supposons que toutes les valuations du graphe sont entières, pouvez vous améliorer la complexité d'un des algorithmes du cours ?

## 4 Petits changements de structure

Soit  $A = (X, L)$  un arbre recouvrant minimal du graphe  $G = (X, U)$ , écrire un algorithme permettant de calculer le nouvel arbre recouvrant de poids minimal lors de la modification d'une arête du graphe. Complexité de cet algorithme ?

## 5 Création d'un réseau

La CSS (Compagnie Suisse des Souris) a décidé de creuser des galeries entre les trous d'un gruyère (Suisse). Elle connaît exactement l'emplacement de chacun des trous. Afin de pouvoir tourner aisément, il est nécessaire que chaque galerie ait ses deux extrémités dans un trou. Dernière contrainte, on veut conserver la plus grande quantité de gruyère possible (en cas de siège par le chat Tom).

Pouvez vous aider cette entreprise à réaliser ce travail ?

## 6 Arbres recouvrant de poids maximal

Donnez les principes et les algorithmes de construction des tels arbres.