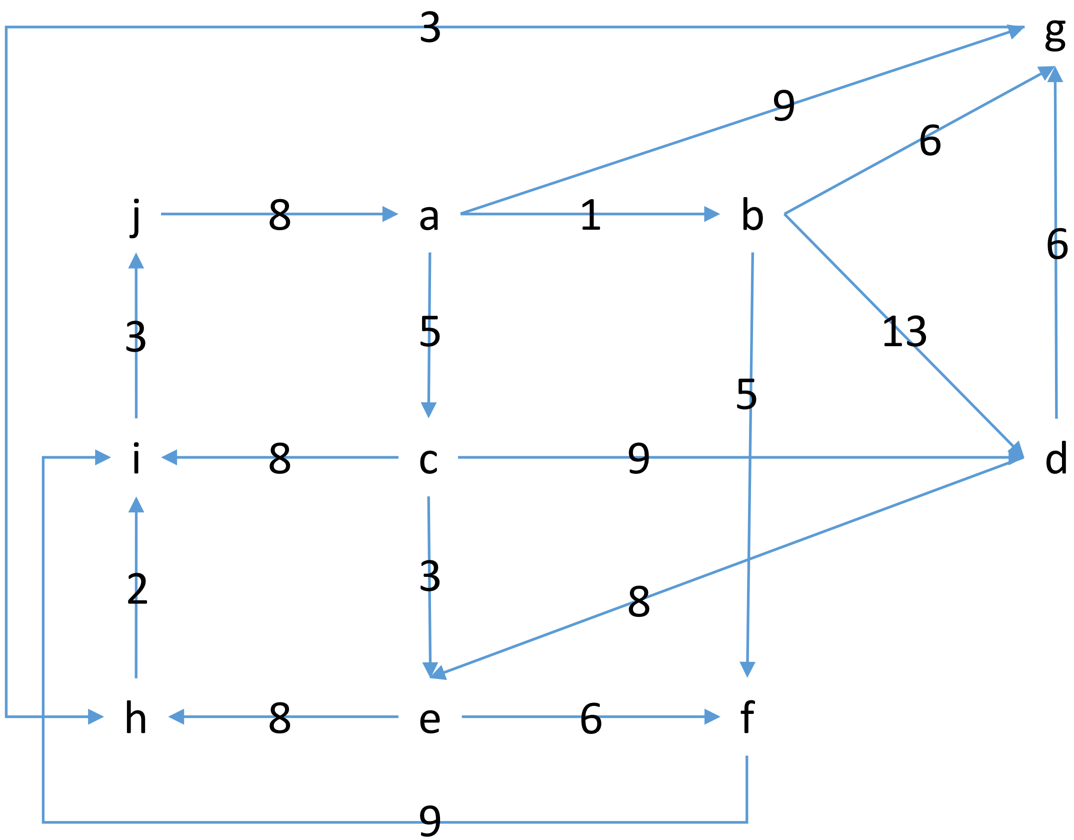
Algorithmique des Graphes
TD 5

Propositions de Solutions

Alain Cournier

Exercice 1 : Le graphe



Exercice 1 : Dijkstra à partir de a

Fermé	Cocycle	Choix
a	(b,ab,1); (c,ac,5); (g,ag,9)	(b,ab,1);
a,b	(f,bf,6);(c,ac,5);(g,bg,7);(d,bd,14)	(c,ac,5)
a,b,c	(f,bf,6);(i,ci,13);(e,ce,8);(g,bg,7);(d,bd,14)	(f,bf,6)
a,b,c,f	(i,ci,13);(e,ce,8);(g,bg,7);(d,bd,14)	(g,bg,7)
a,b,c,f,g	(i,ci,13);(e,ce,8);(h,gh,10);(d,bd,14)	(e,ce,8)
a,b,c,e,f,g	(i,ci,13);(h,gh,10);(d,bd,14)	(h,gh,10)
a,b,c,e,f,g,h	(i,hi,12);(d,bd,14)	(i,hi,12)
a,b,c,e,f,g,h,i	(j,ij,15);(d,bd,14)	(d,bd,14)
a,b,c,d,e,f,g,h,i	(j,ij,15)	(j,ij,15)
a,b,c,d,e,f,g,h,i,j	Vide	

Exercice 1 : Dijkstra à partir de d

Fermé	**Cocycle**	**Choix**
d	(g,dg,6);(e,de,8)	(g,dg,6);
d,g	(h,gh,9);(e,de,8)	(e,de,8)
d,e,g	(h,gh,9);(f,ef,14)	(h,gh,9)
d,e,g,h	(i,hi,11);(f,ef,14)	(i,hi,11)
d,e,g,h,i	(j,ij,14);(f,ef,14)	(j,ij,14)
d,e,g,h,i,j	(a,ja,22);(f,ef,14)	(f,ef,14)
d,e,f,g,h,i,j	(a,ja,22)	(a,ja,22)
a,d,e,f,g,h,i,j	(b,ab,23);(c,ac,27)	(b,ab,23)
a,b,d,e,f,g,h,i,j	(c,ac,27)	(c,ac,27)
a,b,c,d,e,f,g,h,i,j	Vide	

Exercice 1 : BF à partir de a

		a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
E0	D	0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
E0	Orig	a	b	c	d	e	f	g	h	i	J
E1	D	0	1	5	∞	∞	∞	9	∞	∞	∞
E1	Orig	a	a	a	d	e	f	a	h	i	J
E2	D	0	1	5	14	8	6	7	12	13	∞
E2	Orig	a	a	a	b	c	b	b	g	c	j
E3	D	0	1	5	14	8	6	7	10	13	16
E3	Orig	a	a	a	b	c	b	b	g	c	i
E4	D	0	1	5	14	8	6	7	10	12	16
E4	Orig	a	a	a	b	c	b	b	g	h	I
E5	D	0	1	5	14	8	6	7	10	12	15
E5	Orig	a	a	a	b	c	b	b	g	h	i

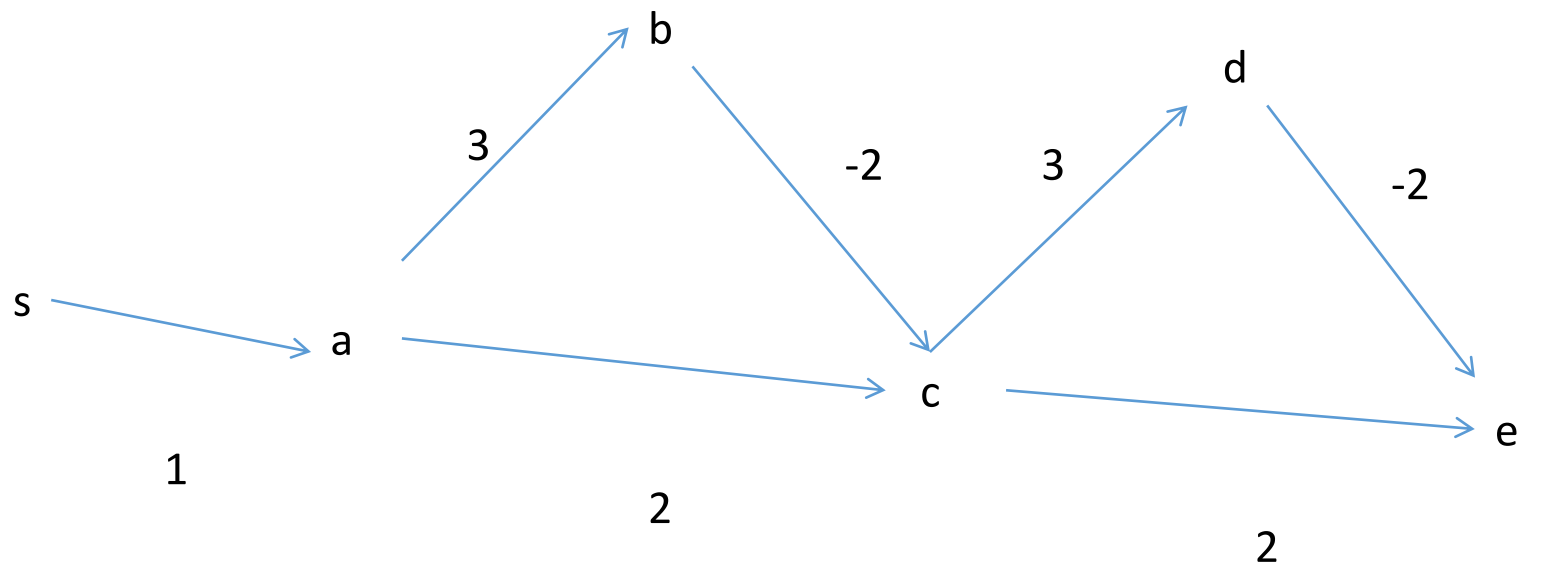
Exercice 1 : BF à partir de d

		a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
E0	D	∞	∞	∞	0	∞	∞	∞	∞	∞	∞
E0	Orig	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
E1	D	∞	∞	∞	0	8	∞	6	∞	∞	∞
E1	Orig	a	b	c	d	d	f	d	h	i	j
E2	D	∞	∞	∞	0	8	14	6	9	∞	∞
E2	Orig	a	b	c	d	d	e	d	g	i	j
E3	D	∞	∞	∞	0	8	14	6	9	11	∞
E3	Orig	a	b	c	d	d	e	d	g	h	j
E4	D	∞	∞	∞	0	8	14	6	9	11	14
E4	Orig	a	b	c	d	d	e	d	g	h	i
E5	D	22	∞	∞	0	8	14	6	9	11	14
E5	Orig	j	b	c	d	d	e	d	g	h	i

Exercice 1 : BF à partir de d (suite)

		a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
E5	D	22	∞	∞	0	8	14	6	9	11	14
E5	Orig	j	b	c	d	d	e	d	g	h	i
E6	D	22	23	27	0	8	14	6	9	11	14
E6	Orig	j	a	a	d	d	e	d	g	h	i

Exercice 2 : Arcs de pondération négative



Exercice 2 : Arcs de pondération négative

- Sur l'exemple Dijkstra trouve sace comme chemin de poids minimal entre s et e (poids 5).
- Alors que le chemin de poids Min est sabcde (poids 3)

- On est sur le cas rouge de la preuve de l'algorithme de Dijkstra (Partie 1 du cours page 42) or ce cas postule que le poids du chemin de v vers u est positif ou nul. Cette hypothèse n'est pas vérifié dans notre exemple. La preuve n'est donc plus valide.

Exercice 3 :

- Soit G=(X,U,V) le graphe initial sur lequel nous souhaitons construire les chemins de poids maximaux.
- Construisons le graphe G’ = (X,U,V’) tel que :
  - Pour tout arête xy de U, v’(xy) = -v(xy)

- Je vous laisse faire la preuve que A l’arbre des chemins de poids minimaux de G’ est aussi l’arbre des chemins de poids maximaux de G
- Idée : Max(a,b,c) = - Min(-a,-b,-c)

Exercice 3 :

- Sur G' les CN pour que l'algorithme fonctionne sont :
  - Tous les sommets sont des descendants du sommet de départ;
  - Il n'y a pas de circuits de poids strictement négatif.

- Nous en déduisons les conditions sur G :
  - Tous les sommets sont des descendants du sommet de départ;
  - Il n'y a pas de circuits de poids strictement positif.

Exercice 3 : Question 1

- Les chemin de poids maximaux sont de longueur fini si et seulement si :
  - G est fini
  - Il n’y a pas de circuits de poids strictement positif

Exercice 3 : Question 2

- Sur G’ les CN pour que l’algorithme fonctionne sont :
  - Tous les sommets sont des descendants du sommet de départ;
  - Il n’y a pas de circuits de poids strictement négatif.
  - Ces deux conditions sont suffisantes pour appliquer Bellman-Ford
- Pour appliquer Dijkstra sur G’ il faut de plus :
  - G’ n’a que des arcs de poids positifs
  - Donc que G n’a que des arcs de poids négatifs

Exercice 4 :

- Cet exercice a été décortiqué en cours.