

12)

$$\neg \forall x \exists y (x=y) \Rightarrow \exists y \forall x (y=x)$$

$$\rightarrow 2\text{-Expansion} : D = \{0, 1\}$$

$$((0=0) + (0=1)) \cdot ((1=0) + (1=1)) \Rightarrow ((0=0) \cdot (0=1) + (1=0) \cdot (1=1))$$

$$((1 + 0) \cdot (0 + 1)) \Rightarrow ((1 \cdot 0) + (0 \cdot 1))$$

$$(1 \cdot 1) \Rightarrow (0 + 0)$$

$$1 \Rightarrow 0 \quad \text{Faux.}$$

toute interprétation avec au moins 2 éléments est contre-modèle.

— / —

$$2. F(a) \wedge (a \neq b) \Rightarrow \neg F(b)$$

$$\text{Domaine } D = \{0, 1\}$$

Interprétation: $a_I = 0$, $b_I = 1$, $F_I = \{0, 1\}$:

$$F(0) \wedge (0 \neq 1) \Rightarrow \neg F(1)$$

$$1 \wedge 1 \Rightarrow 0 \equiv \text{Faux, donc } I \text{ est contre-modèle.}$$

— / —

$$3. \exists x \exists y (F(x) \wedge F(y) \wedge (x \neq y)) \Rightarrow \forall x F(x)$$

$$3\text{-Expansion } D = \{0, 1, 2\}$$

~~F(0)~~

$$F(0) \cdot F(0) \cdot (0 \neq 0) + F(0) \cdot F(1) \cdot (0 \neq 1) + F(0) \cdot F(2) \cdot (0 \neq 2) +$$

$$F(1) \cdot F(0) \cdot (1 \neq 0) + F(1) \cdot F(1) \cdot (1 \neq 1) + F(1) \cdot F(2) \cdot (1 \neq 2) +$$

$$F(2) \cdot F(0) \cdot (2 \neq 0) + F(2) \cdot F(1) \cdot (2 \neq 1) + F(2) \cdot F(2) \cdot (2 \neq 2) \Rightarrow F(0) \cdot F(1) \cdot F(2)$$

↓

$$F(0) \cdot F(1) + F(0) \cdot F(2) + F(1) \cdot F(2) \Rightarrow F(0) \cdot F(1) \cdot F(2)$$

$$1 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 1 \cdot 0 \Rightarrow 1 \cdot 1 \cdot 0 \equiv \text{Faux}$$

Interprétation $F_I = \{0, 1\}$ est contre-modèle.

$$4) \forall x \forall y (F(x, y) \Rightarrow x = y) \Rightarrow \exists x F(x, x)$$

1-Expansion : $D = \{0\}$

$$(F(0, 0) \Rightarrow 0 = 0) \Rightarrow F(0, 0)$$

$$(0 \Rightarrow 1) \Rightarrow 0$$

$$1 \Rightarrow 0 \quad \text{Faux}$$

Interpretation $F_I = \{ \}$ (ensemble vide) est contre-modèle.