Université de Picardie Jules Verne. Année 2022-2023.
L2-S3

Examen d'Outils Mathématiques - Session 1

Les calculatrices sont interdites.
Barême indicatif: **Ex.1:** 3pts; **Ex.2:** 3pts; **Ex.3:** 3pts, **Ex.4:** 4pts, **Ex.5:** 6pts, **Ex.6:** 5pts, **Ex.7:** 4pts.

Exercice 1: Calculer le déterminant $A = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 5 & -4 \\ 2 & -4 & 6 \end{vmatrix}$

Exercice 2: Calculer $\displaystyle\int\int_R ye^{xy}dxdy$ où $R = [1,2] \times [0,2]$.

Exercice 3: Soit D le domaine délimité par les courbes d'équation: $y = x^2$ et $x = y^2$. Soit γ le contour de D.
1) Rappeler la formule de Green-Riemann.
2) Représenter le domaine D.
3) Calculer $\displaystyle\int_\gamma [(2xy - x^2)dx + (x + y^2)dy]$ en utilisant la formule de Green-Riemann.

Exercice 4: On considère la fonction vectorielle de trois variables x,y,z définie par:
$\overrightarrow{F(x,y,z)} = 3x\vec{i} + 3y\vec{j} + z\vec{k}$. Calculer le flux de $\vec{F}$ à travers la surface Σ du paraboloïde d'équation: $z = 9 - x^2 - y^2$.

Exercice 5: On considère le contour C de la Figure 1 constitué par deux segments et deux arcs de cercle de rayons respectifs a et b.
Calculer $\int_C [(4 + e^{\sqrt{x}})dx + (\sin y + 3x^2)dy]$

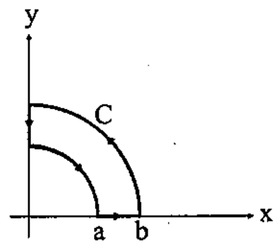


FIG. 1 – *courbe C.*

Exercice 6: On considère un tore de cercle directeur de rayon R (rayon du cercle horizontal) et de cercle générateur de rayon r (rayon du cercle vertical) cf Figure 2 et Figure 3.

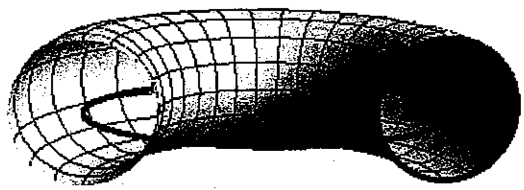


FIG. 2 – *Représentation d'une partie du tore.*

1) Exprimer $\overrightarrow{OM}$ en fonction de $\overrightarrow{OI}$ et de $\overrightarrow{IM}$.
2) Trouver les composantes de chacun des deux vecteurs $\overrightarrow{OI}$ et $\overrightarrow{IM}$ dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. En déduire les composantes du vecteur $\overrightarrow{OM}$. On obtient ainsi les équations paramétriques du tore. On se propose de calculer le volume du tore de deux manières différentes.
3) a) Calculer le Jacobien $J = \dfrac{D(x,y,z)}{D(r,u,v)}$. On supposera $R > r$ et u et v sont les angles représentés sur la Figure 3.
b) En déduire le volume du tore en utilisant le Jacobien précédent.
4) Le théorème de Paul Guldin, Mathématicien Suisse, nous dit que le volume du solide engendré par la rotation d'une surface plane K régulière est égal au produit de l'airé de K par la périmètre du cercle décrit par le centre d'inertie de K. Trouver le volume du tore en appliquant le théorème de Guldin; on précisera la surface plane K utilisée et le cercle décrit par le centre d'inertie de K.

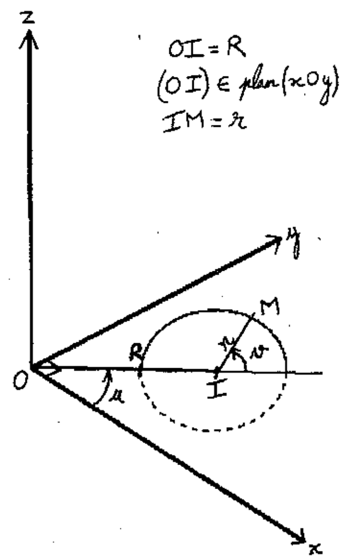


FIG. 3 – *Tore de cercle directeur de rayon OI=R et de cercle générateur de rayon IM=r.*

Exercice 7:
On considère la cardioïde d'équation polaire: $\rho = 1 + \cos\theta$ représentée sur la Figure 4.

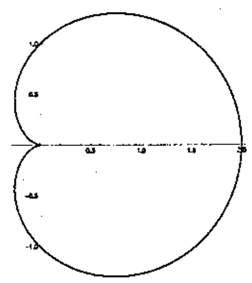


FIG. 4 – *Représentation de la cardioïde d'équation:* $\rho = 1 + \cos\theta$.

1) Calculer l'aire de la cardioïde en fixant d'abord θ.
2) Calculer l'aire de la cardioïde en appliquant Green-Riemann.

UNIVERSITE PICARDIE JULES VERNE **2022-2023**
UFR DES SCIENCES

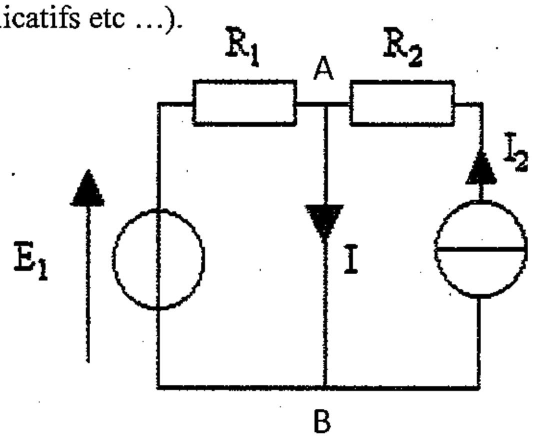
EXAMEN ELECTRONIQUE ANALOGIQUE S3
Durée de l'épreuve : 2h00

Seule la calculatrice est autorisée

La notation tiendra compte de la clarté de la rédaction

Exercice 1

Le but de l'exercice est de déterminer l'expression littérale de l'intensité I dans la branche AB (en fonction des données du problème) par 2 méthodes différentes. Le montage étant simple, une grande importance sera accordée à la clarté de la rédaction (énoncés des lois utilisées, montages / circuits explicatifs etc ...).

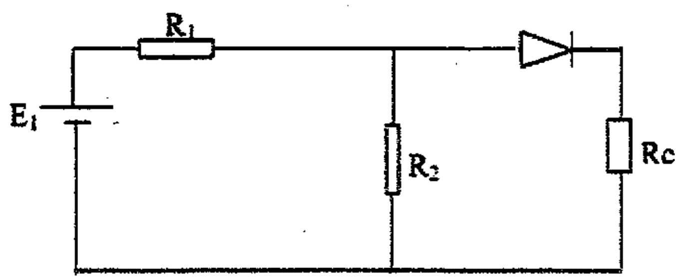


1- En utilisant le théorème de Thévenin

2- En utilisant une autre méthode, celle de votre choix.

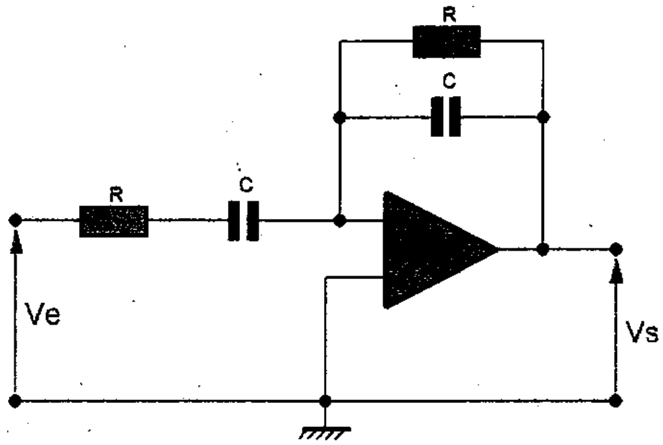
Exercice 2

Le montage ci-dessous est constitué des résistances $R_1 = 5000\ \Omega$, $R_2 = 7000\ \Omega$, $R_C = 2000\ \Omega$, d'un générateur de tension idéal $E_1 = 10$ V et d'une diode supposée parfaite. Déterminer le courant I traversant la diode. On demande une expression littérale puis une application numérique. Il faut étudier les 2 cas possibles pour l'état de la diode.



Exercice 3

Soit le filtre correspondant à la figure suivante :



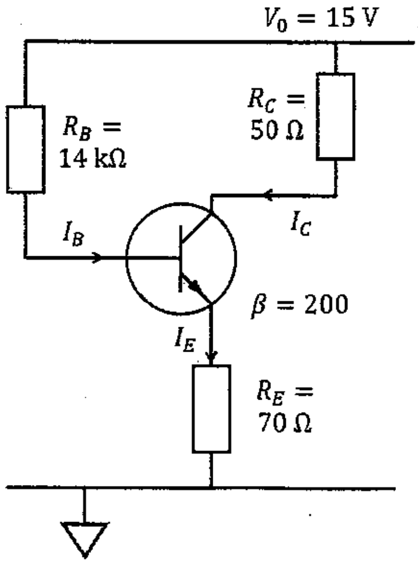
1- Montrer que la fonction de transfert peut s'écrire sous la forme :

$$\overline{H}(j\omega) = -\frac{jRC\omega}{(1 + jRC\omega)^2}$$

2- A partir d'une étude asymptotique de la fonction de transfert, tracer les diagrammes asymptotiques de Bode. En déduire la nature du filtre

Exercice 4

Soit le montage de la figure ci-dessous. En supposant le transistor dans son régime de fonctionnement linéaire, déterminer le point de polarisation du transistor, c'est-à-dire déterminer les courants I_B, I_C, I_E ainsi que les potentiels à la base V_B, au collecteur V_C et à l'émetteur V_E du transistor.
On demande les expressions littérales puis les applications numériques.



SAE Modéliser un système en Physique et Méthodes numériques (Python).
S3 Licence 2 de Physique /SPI

Question de cours :
Définir la notion de variables et donner les différents types.

1. Écrire un programme, qui définit 3 variables : une variable de type texte, une variable de type nombre entier, une variable de type nombre décimal et qui affiche leur type.

2. Écrire un programme qui, à partir de la saisie d'un rayon et d'une hauteur, calcule le volume d'un cône droit.

3. Écrire un programme qui affiche le type du résultat des instructions suivantes :
a=3
a==3

4. Écrire un programme min_max.py, qui demande de saisir 2 valeurs et qui affiche la plus petite des 2 valeurs.

5. L'utilisateur donne un entier supérieur à 1 et le programme affiche, s'il y en a, tous ses diviseurs propres sans répétition ainsi que leur nombre. S'il n'y en a pas, il indique qu'il est premier.
Par exemple :
Entrez un entier strictement positif : 12
Diviseurs propres sans répétition de 12 : 2, 3, 4, 6 (soit 4 diviseurs propres)
Entrez un entier strictement positif : 13
Diviseurs propres sans répétition de 13 : aucun ! Il est premier

6. Écrire un programme qui approxime par défaut la valeur de la constante mathématique e, pour n assez grand, en utilisant la formule :

$$e \approx \sum_{i=0}^{n} \frac{1}{i!}$$

Pour cela, définissez la fonction factorielle et, dans votre programme principal, saisissez l'ordre n et affichez l'approximation correspondante de e.

7. Un utilisateur donne un entier n entre 2 et 12, le programme ci-dessous donne le nombre de façons de faire n en lançant deux dés. Il contient des erreurs qu'il faut identifier :

```
n = int(input("Entrez un entier [2 .. 12] : )
while not(n >= 2 and n <= 12) :
        n = int(input("Entrez un entier [2 .. 12], s.v.p. : )
s = 0
for i in range[1, 7] :
        for j in range[1, 7] :
                if i+j == n :
                s += 1
print("Il y a { :d} façon(s) de faire { :d} avec deux dés.".format(s, n))
```